

Bac SMS : Mathématiques – Antilles-Guyane – Juin 2006

*L'usage des calculatrices et des instruments de calcul est autorisé.
Une feuille de papier millimétré est nécessaire pour le problème.
Le formulaire officiel de mathématiques est joint au sujet.*

EXERCICE (8 points)

Une maladie atteint 3% d'une population de 30 000 habitants. On soumet cette population à un test.

- parmi les bien portants, 2% ont un test positif ;
- parmi les individus malades, 49 ont un test négatif.

1) Reproduire puis compléter le tableau suivant :

	Malades	Bien portants	Total
Test positif			
Test négatif			
Total			30 000

Dans les questions suivantes, les résultats numériques demandés seront donnés à 10^{-3} près.

2) On choisit au hasard un individu de cette population. On considère les événements T et M suivants :

- T : « le test est positif pour l'individu choisi » ;
- M : « l'individu choisi est malade ».

a) Calculer la probabilité de chacun des événements T et M .

b) Définir par une phrase l'événement \bar{T} et calculer sa probabilité.

c) Définir par une phrase chacun des événements $M \cup T$ et $\bar{M} \cap T$.

d) Calculer les probabilités des événements $M \cup T$ et $\bar{M} \cap T$.

3) On décide d'hospitaliser tous les individus qui ont un test positif. On choisit au hasard un individu hospitalisé. Quelle est la probabilité qu'il soit bien portant ?

PROBLÈME (12 points)

Partie A : Etude et représentation graphique d'une fonction

On appelle f la fonction numérique de variable réelle définie sur $[0 ; 5]$ par $f(t) = t e^{2-t}$.

- 1) Calculer $f'(t)$ et vérifier que $f'(t) = (1-t)e^{2-t}$.
- 2)
 - a) Etudier le signe de $f'(t)$ sur $[0 ; 5]$.
 - b) Dresser le tableau de variation de f (dans ce tableau ne figureront que des valeurs exactes).
- 3) Recopier sur la copie en le complétant le tableau de valeurs suivant (les valeurs seront données sous forme décimale arrondie à 0,01 près) :

t	0	1	2	3	4	5
$f(t)$				1,10		

- 4) Tracer la courbe représentative de la fonction f sur une feuille de papier millimétré, dans un repère orthonormé d'unité 3 centimètres.

Partie B : Application : étude de la concentration d'un médicament dans le sang d'un malade en fonction du temps.

A l'instant $t = 0$, un malade absorbe un médicament. On admet que la concentration de celui-ci dans le sang, exprimée en mg.L^{-1} , en fonction du temps t exprimé en heures est donnée par la fonction f étudiée dans la partie A.

- 1) A quel instant la concentration du médicament est-elle maximale ? Quelle est cette concentration maximale ? (donner sa valeur exacte puis son approximation décimale à 0,01 mg.L^{-1} près).
- 2) Dans cette question, on fera apparaître sur le graphique tous les tracés utiles.
 - a) Déterminer graphiquement au bout de combien de temps la concentration dans le sang redevient inférieure à 1 mg.L^{-1} .
 - b) Déterminer graphiquement le temps pendant lequel la concentration dans le sang est supérieure à 2 mg.L^{-1} .