DIPLÔME NATIONAL DU BREVET

SESSION 2022

MATHEMATIQUES

Série générale

Durée de l'épreuve : 2 h 00 — 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.
Il comporte **7** pages numérotées de la page **1** sur **7** à la page **7** sur **7**

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.

L'utilisation de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisée.

L'utilisation du dictionnaire est interdite.

Exercice 1	20 points
Exercice 2	20 points
Exercice 3	20 points
Exercice 4	20 points
Exercice 5	20 points

Indications portant sur <u>l'ensemble du sujet</u>.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.

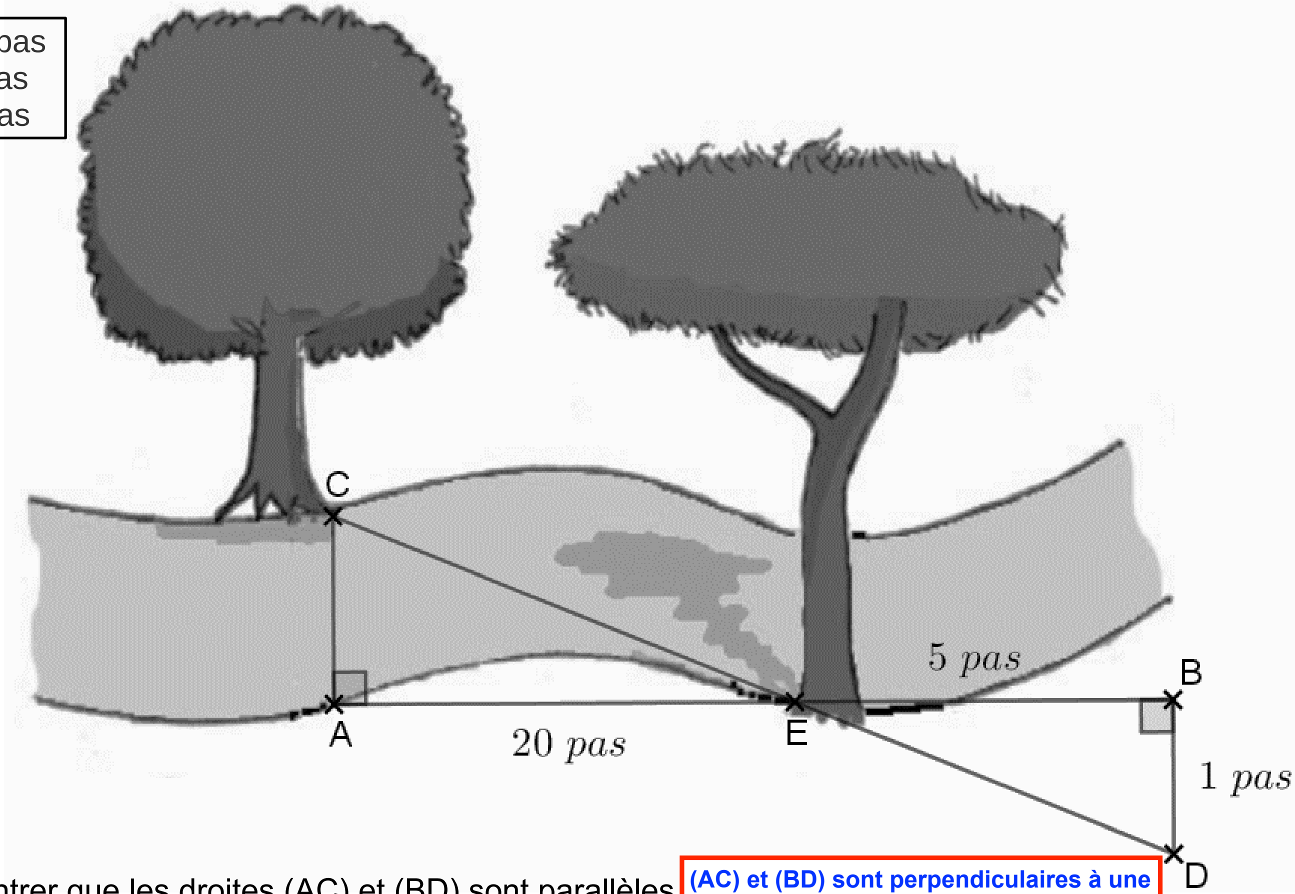
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

<u>Exercice 1</u> ***(20 points)***

Pour tout le sujet, les unités, les égalités et l'orthographe étaient pris en compte dans la notation.

Une famille se promène au bord d'une rivière.
Les enfants aimeraient connaître la largeur de la rivière.
Ils prennent des repères, comptent leurs pas et dessinent le schéma ci-dessous sur lequel les points C, E et D, de même que A, E et B sont alignés. (Le schéma n'est pas à l'échelle.)

AE = 20 pas
BE = 5 pas
BD = 1 pas



1. Démontrer que les droites (AC) et (BD) sont parallèles.

(AC) et (BD) sont perpendiculaires à une même droite (AB), donc (AC) // (BD).

2. Déterminer, en nombre de pas, la largeur AC de la rivière.

Il fallait utiliser le théorème de Thalès et on trouvait : AC = 4 pas.

Triangles semblables et coefficient d'agrandissement étaient aussi possibles.

[…]ssimile la longueur d'un pas à 65 cm.

3. Montrer que la longueur CE vaut 13,3 m, en arrondissant au décimètre près.

Il fallait utiliser le théorème de Pythagore, CE = racine carrée de 416 x 0,65 soit environ 13,3 m.

4. L'un des enfants lâche un bâton dans la rivière au niveau du point E. Avec le courant, le bâton se déplace en ligne droite en 5 secondes jusqu'au point C.

a. Calculer la vitesse du bâton en m/s.

V = 13,3 / 5 = 2,66 m/s

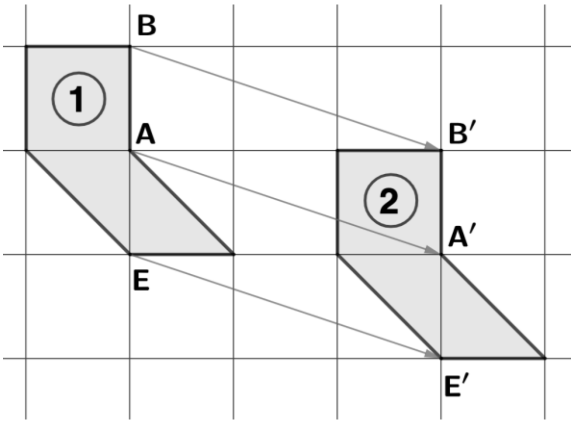
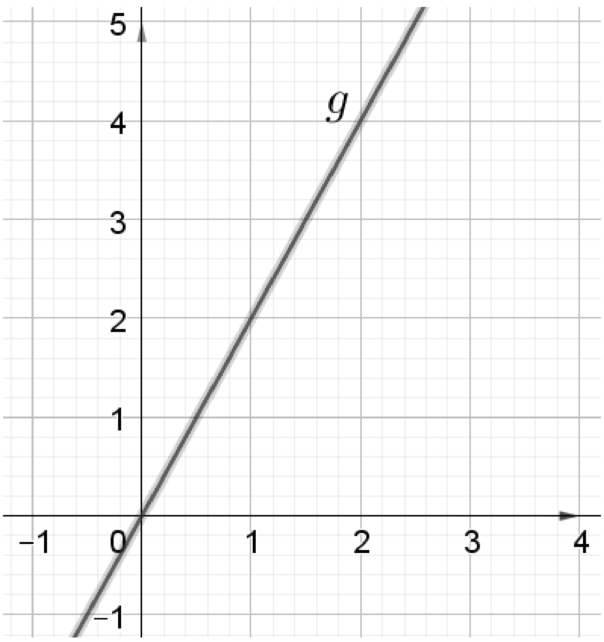
Ou 2,65

b. Est-il vrai que « le bâton se déplace à une vitesse moyenne inférieure à 10 km/h » ?

V = 2,66 m / s = 0,00266 km / (1/3600 m) = 9,6 km / h < 10 km / h donc c'est vrai.

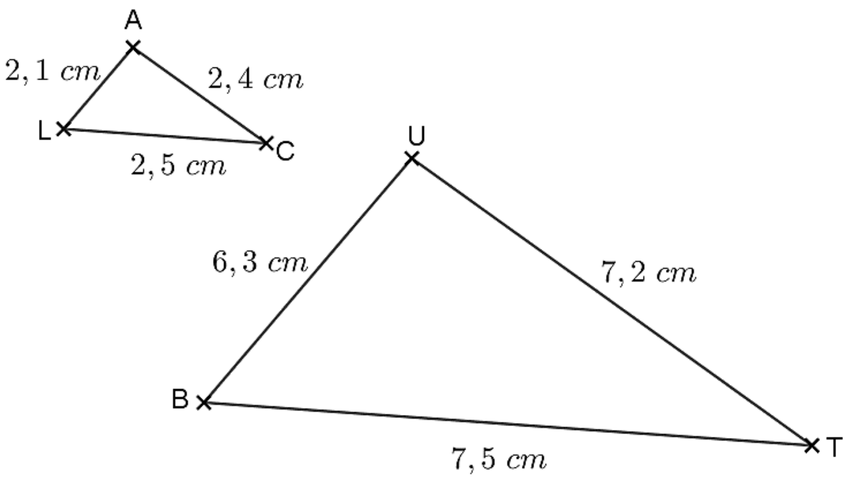
Exercice 2 ***(20 points)***

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Aucune justification n'est demandée. Pour chaque question, trois réponses (A, B et C) sont proposées. **Une seule réponse est exacte.** Recopier sur la copie le numéro de la question et la réponse.

Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1. On considère les deux figures suivantes. Par quelle transformation la figure 2 est-elle l'image de la figure 1 ? 	Une translation 1 a pour réponse A	Une homothétie	Une symétrie axiale
2. On considère la représentation graphique de la fonction g suivante :  Quel est l'antécédent de 2 par la fonction g ?	2	1 2 a pour réponse B	4

<table>
<tr><th>Questions</th><th>Réponse A</th><th>Réponse B</th><th>Réponse C</th></tr>
<tr><td>3. Soit f la fonction définie par :
$$f : x \mapsto 3x^2 - 7$$
Quelle affirmation est correcte ?</td><td>29 est l'image de 2 par la fonction f.</td><td>$f(3) = 20$
3 a pour réponse B</td><td>f est une fonction affine.</td></tr>
<tr><td>4. On a relevé les performances, en mètres, obtenues au lancer du poids par un groupe de 13 élèves d'une classe.

3,41 m ; 5,25 m ; 5,42 m ; 4,3 m ; 6,11 m ; 4,28 m ; 5,15 m ; 3,7 m ; 6,07 m ; 5,82 m ; 4,62 m ; 4,91 m ; 4,01 m

Quelle est la médiane de cette série de valeurs ?</td><td>7</td><td>4,91
4 a pour réponse B</td><td>5,15</td></tr>
<tr><td>5. On considère la configuration suivante, dans laquelle les triangles LAC et BUT sont semblables.


Par quel nombre doit-on multiplier l'aire du triangle LAC pour obtenir l'aire du triangle BUT ?</td><td>3</td><td>6</td><td>9
5 a pour réponse C</td></tr>
</table>

Exercice 3 *(20 points)*

Une collectionneuse compte ses cartes Pokémon afin de les revendre.
Elle possède 252 cartes de type « feu » et 156 cartes de type « terre ».

1. **a.** Parmi les trois propositions suivantes, laquelle correspond à la décomposition en produit de facteurs premiers du nombre 252 :

Proposition 1	Proposition 2	Proposition 3
$2^2 \times 9 \times 7$	$2 \times 2 \times 3 \times 21$	$2^2 \times 3^2 \times 7$

Un nombre est premier quand il a exactement 2 diviseurs, donc seule la proposition 3 est un produit de facteurs premiers

b. Donner la décomposition en produit de facteurs premiers du nombre 156.

156 = 2 x 2 x 3 x 13

2. Elle veut réaliser des paquets identiques, c'est à dire contenant chacun le même nombre de cartes « terre » et le même nombre de cartes « feu » en utilisant toutes ses cartes.

156 : 36 = 4,33 environ, alors 36 n'est pas un diviseur de 156, donc on ne peut pas faire 36 paquets.

a. Peut-elle faire 36 paquets ?
b. Quel est le nombre maximum de paquets qu'elle peut réaliser ?
c. Combien de cartes de chaque type contient alors chaque paquet ?

b) Il faut trouver le plus grand diviseur commun à 252 et 156. C'est 2 x 2 x 3 = 12 paquets

c) Il y aura : 252 : 12 = 21 cartes « feu » et 156 : 12 = 13 cartes « terre ».

3. Elle choisit une carte au hasard parmi toutes ses cartes. On suppose les cartes indiscernables au toucher.
Calculer la probabilité que ce soit une carte de type « terre ».

p(Obtenir une carte « terre ») = 156 / (252 + 156) = 156 / 408 = 13 / 34

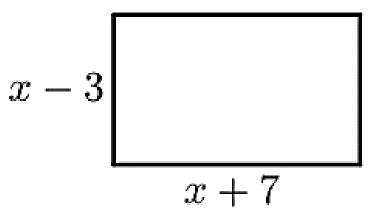
Ou 156 / 408 ou 0,38 ou 38 %

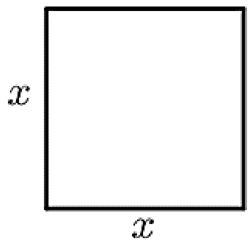
Exercice 4 *(20 points)*

Dans cet exercice, x est un nombre strictement supérieur à 3.

On s'intéresse aux deux figures géométriques dessinées ci-dessous :

- un rectangle dont les côtés ont pour longueurs $x - 3$ et $x + 7$;
- un carré de côté x.





1. Quatre propositions sont écrites ci-dessous.

Recopier sur la copie celle qui correspond à l'aire du carré. On ne demande pas de justifier.

$4x$	$4 + x$	x^2 **x^2**	$2x$

2. Montrer que l'aire du rectangle est égale à : $x^2 + 4x - 21$.

A = (x - 3)(x + 7) = x^2 + 7x - 3x - 21 = x^2 + 4x - 21

3. On a écrit le script ci-dessous dans Scratch.

On veut que ce programme renvoie l'aire du rectangle lorsque l'utilisateur a rentré une valeur de x (strictement supérieure à 3).

Écrire sur la copie les contenus des trois cases vides des lignes 5, 6 et 7, en précisant les numéros de lignes qui correspondent à vos réponses.

```
1 Quand la touche [espace ▾] est pressée
2 demander [Combien vaut x ?] et attendre
3 mettre [x ▾] à (réponse)
4 mettre [R ▾] à ((x) * (x))
5 ajouter (( ) * (x)) à (R)
6 ajouter ( ) à (R)
7 dire (regrouper [L'aire du rectangle est] et ( )) pendant (2) secondes
```

4

- 21

R

Le programme renvoie :
étape 4 : 8 x 8 = 64
étape 5 : 4 x 8 + 64 = 96
étape 6 : - 21 + 96 = 75
Donc il renvoie 75.

4. On a pressé la touche espace puis saisi le nombre 8. Que renvoie le programme ?

5. Quel nombre x doit-on choisir pour que l'aire du rectangle soit égale à l'aire du carré ?

Toute trace de recherche, même non aboutie, sera prise en compte.

Cela revient à résoudre l'équation :
x^2 + 4x - 21 = x^2
x^2 + 4x - x^2 = 21
4x = 21
x = 21 / 4
x = 5,25 qui est le nombre recherché.

<u>Exercice 5</u> *(20 points)*

Dans une habitation, la consommation d'eau peut être anormalement élevée lorsqu'il y a une fuite d'eau.

On considère la situation suivante :

- Une salle de bain est équipée d'une vasque de forme cylindrique, comme l'illustre l'image ci-dessous.
- Le robinet fuit à raison d'une goutte par seconde.
- En moyenne, 20 gouttes d'eau correspondent à un millilitre (1 ml).

<u>Caractéristiques de la vasque</u> :

Diamètre intérieur : 40 cm

Hauteur intérieure : 15 cm

Masse : 25 kg

<u>Rappels :</u>

$$Volume\ du\ cylindre = \pi \times rayon^2 \times hauteur$$

$$1\ dm^3 = 1\ litre$$

1. En raison de la fuite, montrer qu'il tombe 86 400 gouttes dans la vasque en une journée complète.

   1 jour = 24 h x 3600 s = 86 400 s et donc 86 400 gouttes

2. Calculer, en litres, le volume d'eau qui tombe dans la vasque en une semaine en raison de la fuite.

   1 semaine = 7 jours, d'où 86400 x 7 = 604 800 gouttes
   604800 : 20 = 30240 mL = 30,24 L

3. Montrer que la vasque a un volume de 18,85 litres, arrondi au centilitre près.

   V = pi x 20^2 x 15 = 6000 pi = 18 849 cm^3 environ = 18,85 dm^3 environ = 18,85 L arrondi au cL

4. L'évacuation de la vasque est fermée et le logement inoccupé pendant une semaine. L'eau va-t-elle déborder de la vasque ? Justifier la réponse.

   Comme il tombe 30,24 L dans la vasque, volume supérieur à 18,85 L, alors l'eau va déborder.

5. À la fin du XIXe siècle, la consommation domestique d'eau par habitant en France était d'environ 17 litres par jour. Elle a fortement augmenté avec la généralisation de la distribution d'eau par le robinet dans les domiciles : elle est passée à 165 litres par jour et par habitant en 2004.
   En 2018, la consommation des Français baisse légèrement pour atteindre 148 litres d'eau par jour et par habitant.
   Calculer le pourcentage de diminution de la consommation quotidienne d'eau par habitant entre 2004 et 2018. On arrondira ce pourcentage à l'unité.

   Cela revient à résoudre l'équation : (1 - p/100) x 165 = 148
   165 - 165p/100 = 148
   - 1,65 p = 148 - 165
   - 1,65 p = - 17
   p = - 17 / - 1,65
   p = 10 % arrondi à l'unité