La fonction logarithme népérien

fontion logarithme népérien: fonction réciproque de la fonction exponentielle

$\ln :]0;+\infty[\to \mathbb{R}$

$x \to \ln(x)$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\ln(e^x) = x$

Pour tout $x > 0$, $e^{\ln(x)} = x$

La fonction ln est **définie, continue** et **dérivable sur** $]0;+\infty[$ et $(\ln x)' = \frac{1}{x}$

$\ln 1 = 0$

$\ln e = 1$

$(\ln(u(x)))' = \frac{u'(x)}{u(x)}$

$\ln$ **strictement croissante** sur $]0;+\infty[$

Propriétés

$x > 1 \Leftrightarrow \ln(x) > 0$

$0 < x < 1 \Leftrightarrow \ln(x) < 0$

$\ln(ab) = \ln(a) + \ln(b)$

$\ln(\frac{1}{a}) = -\ln(a)$

$\ln(a^n) = n \ln(a) \quad n \in \mathbb{Z}$

$\ln(\frac{a}{b}) = \ln a - \ln b$

Limites

$\lim_{x \to 0} \ln x = -\infty$ $\quad \lim_{x \to +\infty} \ln x = +\infty$

$\lim_{x \to 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$

$\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0$ $\quad \lim_{x \to 0} x\ln(x) = 0$

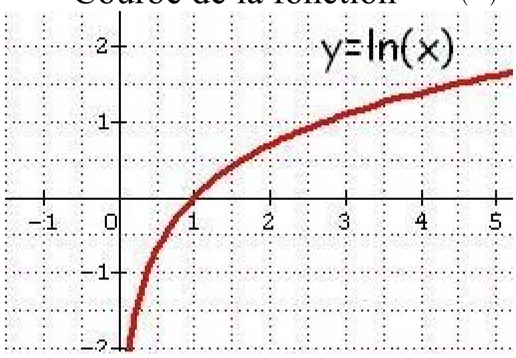
$\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln(x)}{x^n} = 0$

x l'emporte sur $\ln(x)$ en l'infini

Tableau de variations

x	0	$+\infty$
$\ln(x)$	$\|\|$ $-\infty$	$\nearrow$ $+\infty$

Courbe de la fonction $\ln(x)$



Méthode pour déterminer la limite de $\lim\limits_{x \to \bullet} \ln(u(x))$

1. $\lim\limits_{x \to \bullet} u(x) = \blacksquare$

2. $\lim\limits_{x \to \blacksquare} \ln(x) = \blacktriangle$

3. par composition,
$\lim\limits_{x \to \bullet} \ln(u(x)) = \blacktriangle$

$\bullet$

$\blacksquare$

$\blacktriangle$

remplacent

$a \in \mathbb{R}$

$-\infty$

$+\infty$