Ex 1 : (*) - 3 pts

a) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{GF}+\overrightarrow{KL}=\overrightarrow{AD}$

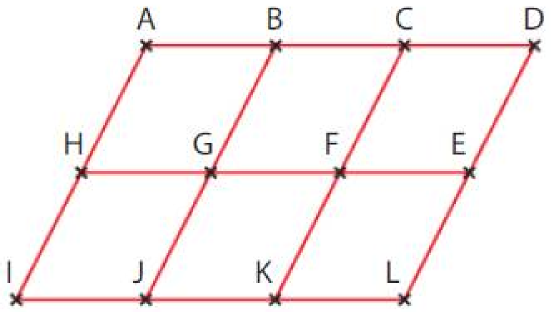
b) $\overrightarrow{HB}+\overrightarrow{HF}=\overrightarrow{HD}$

c) $\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BG}+\overrightarrow{GF}=\overrightarrow{CF}$

d) $\overrightarrow{KI}+\overrightarrow{BD}=\vec{0}$

e) $\overrightarrow{EC}-\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{ED}$

f) $\overrightarrow{BE}-\overrightarrow{HA}=\overrightarrow{BL}$



Ex 2 : (*) - 3 pts

$A(3;-2)$, $B(-1;2)$, $C(2;3)$ Calculs des coordonnées de vecteurs :

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-1-3\\2-(-2)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-4\\4\end{pmatrix} \;;\; \overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}2-(-1)\\3-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix} \;;$$

$$2.\overrightarrow{AB}=\begin{pmatrix}2\times(-4)\\2\times4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-8\\8\end{pmatrix} \;;\; \frac{1}{2}.\overrightarrow{BC}=\begin{pmatrix}0{,}5\times3\\0{,}5\times1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1{,}5\\0{,}5\end{pmatrix} \;;$$

$$\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}2-3\\3-(-2)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1\\5\end{pmatrix} \text{ donc } 2.\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{AC}=\begin{pmatrix}6-(-1)\\2-5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}7\\-3\end{pmatrix} \;;$$

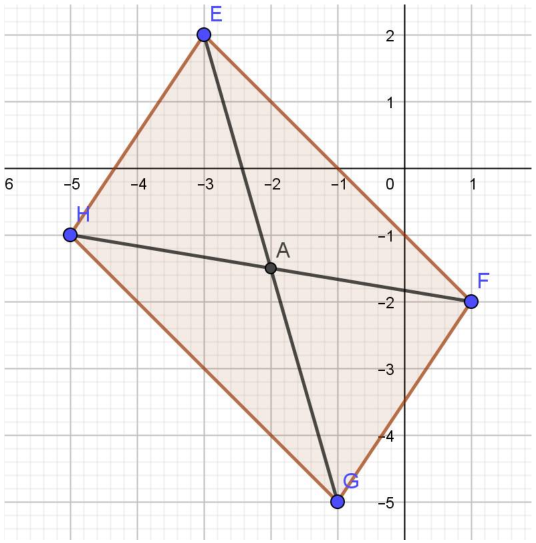
$$\overrightarrow{CA}\begin{pmatrix}3-2\\-2-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\-5\end{pmatrix} \text{ donc}$$

$$\frac{3}{5}.\overrightarrow{CA}=\begin{pmatrix}0{,}6\times1\\0{,}6\times(-5)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0{,}6\\-3\end{pmatrix}$$

Ex 3 : (*) - 2 pts

$E(-3;2), F(1;-2), G(-1;-5)$;

on obtient la figure ci-contre :



on pose $H(-5;-1)$

ainsi $\overrightarrow{EH}\begin{pmatrix}-2\\-3\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{FG}\begin{pmatrix}-2\\-3\end{pmatrix}$

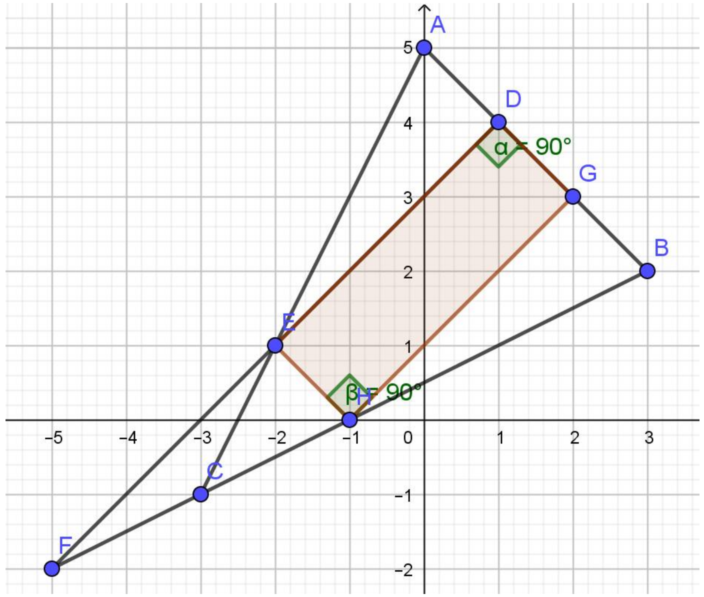
donc $\overrightarrow{EH}=\overrightarrow{FG}$

donc ***EFGH*** est un parallélogramme

Ex 4 : (**) - 5 pts

$A(0;5)$, $B(3;2)$, $C(-3;-1)$, $D(1;4)$, $E(-2;1)$, $F(-5;-2)$

on obtient la figure :



on observe que

$\overrightarrow{AD}=\frac{1}{3}.\overrightarrow{AB}$

donc $k_1=\frac{1}{3}$

$\overrightarrow{CE}=\frac{1}{3}.\overrightarrow{CA}$

donc $k_2=\frac{1}{3}$

$\overrightarrow{BF}=\frac{4}{3}.\overrightarrow{BC}$

donc $k_3=\frac{4}{3}$

$$\overrightarrow{DE}\begin{pmatrix}-2-1\\1-4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-3\\-3\end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{DF}\begin{pmatrix}-5-1\\-2-4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-6\\-6\end{pmatrix} \text{ donc } \overrightarrow{DF}=2.\overrightarrow{DE}$$

donc ces 2 vecteurs sont colinéaires et E est le milieu de $[DF]$

soit G le point vérifiant $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{DG}$; on conjecture $G(2;3)$

on vérifie que $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}1-0\\4-5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{DG}\begin{pmatrix}2-1\\3-4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$ sont égaux

soit H le point vérifiant $\overrightarrow{FC}=\overrightarrow{CH}$; on conjecture $H(-1;0)$

on vérifie que $\overrightarrow{FC}\begin{pmatrix}-3-(-5)\\-1-(-2)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CH}\begin{pmatrix}-1-(-3)\\0-(-1)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$ sont égaux

de plus $\overrightarrow{DE}\begin{pmatrix}-3\\-3\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{GH}\begin{pmatrix}-1-2\\0-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-3\\-3\end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{GH}$

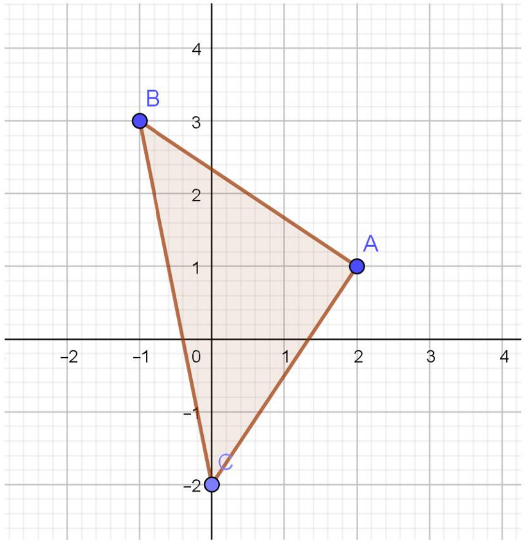
donc ces 2 vecteurs sont colinéaires donc $(DE)//(GH)$

Enfin, $DGHE$ est un rectangle car $DGHE$ est un parallélogramme ayant 2 diagonales $[DH]$ et $[EG]$ isométriques (calculs laissés au lecteur ...)

Ex 4 : (***) - 2 pts

$A(2;1)$; $B(-1;3)$; $C(0;-2)$;

Déterminer les coordonnées du point N vérifiant la relation vectorielle suivante : $4\overrightarrow{AN}-\overrightarrow{BN}-2\overrightarrow{CN}=\vec{0}$



<u>Indications :</u>

- *Méthode 1* : Poser $N(x;y)$ et déterminer 2 équations d'inconnues x et y
- *Méthode 2* : Démontrer que N vérifie $\overrightarrow{NA}=2\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}$ et en déduire les coordonnées de N graphiquement

<u>*Méthode 1 :*</u>

On pose $N(x;y)$ alors on obtient

$\overrightarrow{AN}\begin{pmatrix}x-2\\y-1\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{BN}\begin{pmatrix}x+1\\y-3\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{CN}\begin{pmatrix}x\\y+2\end{pmatrix}$

on déduit les équations suivantes :

$4(x-2)-(x+1)-2(x)=0$ et $4(y-1)-(y-3)-2(y+2)=0$

donc : $4x-8-x-1-2x=0$ et $4y-4-y+3-2y-4=0$

donc : $x=9$ et $y=5$

donc $N(9;5)$

<u>*Méthode 2 :*</u>

on a $4\overrightarrow{AN}-\overrightarrow{BN}-2\overrightarrow{CN}=\vec{0}$

donc $4\overrightarrow{AN}+\overrightarrow{NB}+2\overrightarrow{NC}=\vec{0}$

donc $\overrightarrow{AN}+\overrightarrow{AN}+\overrightarrow{AN}+\overrightarrow{AN}+\overrightarrow{NB}+\overrightarrow{NC}+\overrightarrow{NC}=\vec{0}$

donc en regroupant soigneusement les vecteurs on obtient :

$\overrightarrow{AN}+\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}=\vec{0}$ donc $\overrightarrow{NA}=2\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}$

or $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-2\\-3\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-3\\2\end{pmatrix}$

ainsi en posant $N(x;y)$ on obtient : $\overrightarrow{NA}\begin{pmatrix}2\times(-2)-3\\2\times(-3)+2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-7\\-4\end{pmatrix}$

d'où on déduit : $x_N=-(-7)+2=9$ et $y_N=-(-4)+1=5$

soit $N(9;5)$

Rque : Ce point N s'appelle le ***barycentre*** des points $(A,4),(B,-1),(C,-2)$ où les « poids » sont respectivement $4;-1;-2$

le terme « barycentre » signifie « centre des poids » c'est-à-dire centre d'inertie de la plaque homogène ABC où il existe 3 forces agissant sur A,B,C : $\vec{F}_A=+4$, $\vec{F}_B=-2$ et $\vec{F}_C=-1$