Une entreprise fabrique et vend des composants électroniques pour smartphones. On note x le nombre de dizaines de composants fabriqués par jour. Le coût de production, en dizaines d'euros, de x dizaines de composants est noté $C(x)$.
La courbe représentative de la fonction C sur l'intervalle $[0\,;\,15]$ est donnée ci-dessous.

1. À l'aide du graphique en annexe, déterminer le coût de production de 80 composants (On laissera apparents les traits de construction).

2. La recette de l'entreprise lorsqu'elle produit et vend x dizaines de composants est modélisée par la fonction R définie par $R(x) = 15x$.
Tracer la représentation graphique de la fonction R sur le graphique.

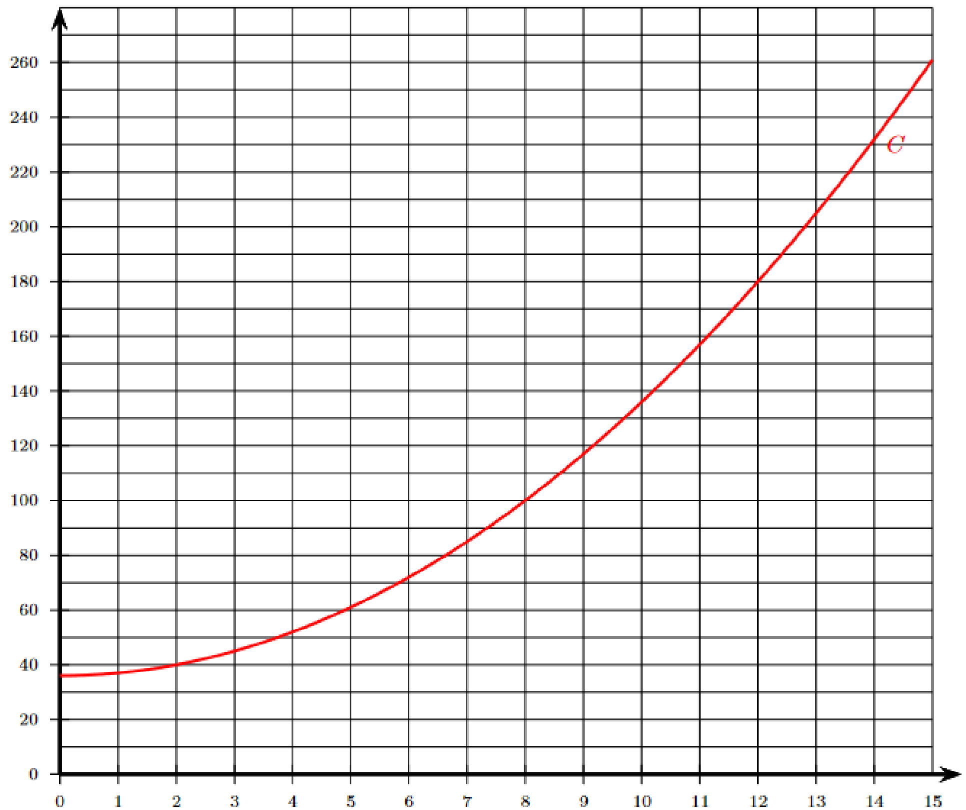
3. Le résultat net de l'entreprise lorsqu'elle produit et vend x dizaines de composants est modélisée par la fonction B définie par

$$B(x) = 15x - x^2 - 36.$$

Pour rappel, le résultat net est la différence entre la recette et le coût de production.
Vérifier que, pour tout x appartenant à l'intervalle $[0\,;\,15]$, $B(x) = (3 - x)(x - 12)$.

4. Dresser le tableau de signes de la fonction B sur l'intervalle $[0\,;\,15]$.

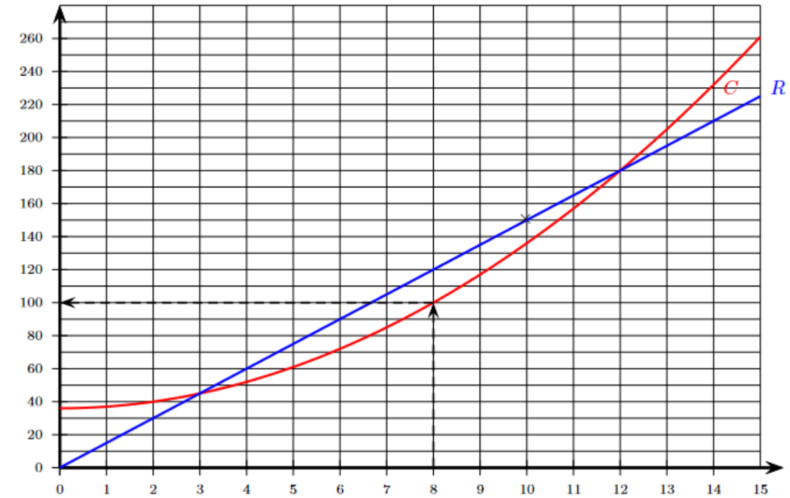
5. On rappelle que l'entreprise réalise un bénéfice lorsque le résultat net est positif. Déterminer combien de composants cette entreprise doit produire et vendre pour réaliser un bénéfice.



Correction

1. On lit sur la figure $C(8) = 100$ ce qui se traduit par : 80 composants ont un coût de production de 1000 €.

2. La fonction R est une fonction linéaire (elle est de la forme $R(x) = a \times x$ avec $a = 15$). On en déduit que sa représentation graphique est une droite qui passe par l'origine du repère.
En prenant, par exemple $x = 10$, on obtient $R(10) = 15 \times 10 = 150$ et donc la droite passe aussi par le point de coordonnées (10 ; 150).



3. On développe l'expression :

$$\begin{aligned}(3-x)(x-12) &= 3x - 36 - x^2 + 12x \\ &= -x^2 + 15x - 36 \\ &= B(x)\end{aligned}$$

Donc, on a bien : $B(x) = (3 - x)(x - 12)$.

Technique
Pour la double distributivité, on s'occupe d'abord du signe de chaque produit, puis on calcule le produit.

4. Tableau de signes de la fonction B :

x	0		3		12		15
Signe de $3 - x$		$+$	0	$-$		$-$	
Signe de $x - 12$		$-$		$-$	0	$+$	
Signe de $B(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

5. D'après la question précédente on voit que $R(x) \geqslant 0$, sur l'intervalle $[3; 12]$.L'entreprise devra donc produire et vendre entre 30 et 120 composants pour réaliser un bénéfice.