

Exercice 1. Recopier et compléter les développements.

1. $(3x + 2)^2 = (\dots)^2 + 2 \times \dots \times \dots + (\dots)^2 = \dots$

2. $(4x - 5)^2 = (\dots)^2 - 2 \times \dots \times \dots + (\dots)^2 = \dots$

3. $(5x + 2)(5x - 2) = (\dots)^2 - (\dots)^2 = \dots$

Exercice 2. Développer et ordonner les expressions.

$$A = (x - 2)^2 \quad B = (x + 1)^2 \quad C = (2x + 1)^2 \quad D = (x + 3)^2 - (x + 2)^2.$$

Exercice 3. Calculer les expressions suivantes de manière judicieuse.

$$A = \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{5}\right)^2 \quad B = (\sqrt{5} + 4)^2 \quad C = \left(5 + \frac{3}{2}\right)^2 \quad D = (\sqrt{3} + \sqrt{7})^2.$$

Exercice 4. Développer puis réduire.

$$\begin{aligned} A &= (x + 3)(5 - x) & B &= (2x - 1)(x - 4) \\ C &= (2 - 3x)(x + 1) + (x + 2)(x - 5) & D &= (x + 2)(x + 3) - (x + 4)(x + 5). \end{aligned}$$

Exercice 5. Recopier puis compléter.

1. $4x^2 - 12x + 9 = (\dots)^2 - 2 \times \dots \times \dots + (\dots)^2 = (\dots - \dots)^2$

2. $16x^2 + 40x + 25 = (\dots)^2 + 2 \times \dots \times \dots + (\dots)^2 = (\dots + \dots)^2$

3. $(x - 6)^2 - 25 = (\dots)^2 - (\dots)^2 = (\dots + \dots)(\dots - \dots).$

Exercice 6. Recopier puis compléter.

1. $x^2 - 3x + \frac{9}{4} = (\dots)^2 - 2 \times \dots \times \dots + (\dots)^2 = (\dots - \dots)^2$

2. $\frac{1}{4}x^2 + x + 1 = (\dots)^2 + 2 \times \dots \times \dots + (\dots)^2 = (\dots + \dots)^2$

3. $4(x + 5)^2 - 9(2x + 1)^2 = (\dots)^2 - (\dots)^2 = (\dots + \dots)(\dots - \dots).$

Exercice 7. Factoriser les expressions suivantes.

$$A = x^2 - 49 \quad B = 4x^2 - 25 \quad C = x^2 - 22x + 121 \quad D = 9x^2 + 30x + 25.$$

Exercice 8. Factoriser les expressions suivantes.

$$\begin{aligned} A &= (x - 3)^2 - 16 & B &= 4(x - 1)^2 - 81 \\ C &= (3x - 7)^2 - (x + 2)^2 & D &= (5 + x)^2 - 36x^2. \end{aligned}$$

Exercice 9. Développer.

$$\begin{aligned} A &= \left(\frac{1}{2}x - 3\right)\left(x + \frac{2}{3}\right) & B &= \left(\frac{3}{5}x - 1\right)\left(\frac{1}{3}x + 15\right) \\ C &= \left(x + \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right) & D &= \left(x - \frac{5}{3}\right)\left(x - \frac{1}{15}\right). \end{aligned}$$

Exercice 10. Développer puis ordonner les expressions.

$$\begin{aligned} A &= 3(x - 7) - 2(x + 4) & B &= \frac{x - 1}{4} - \frac{2x + 2}{3} - 1 \\ C &= \frac{2}{3}\left(\frac{x}{2} - 1\right) - \frac{1}{2}\left(3 - \frac{x}{3}\right) + 2 & D &= \left(\frac{x - 1}{2}\right)^2 + x\left(\frac{x + 4}{3}\right). \end{aligned}$$

Exercice 11. Calculer les expressions suivantes de manière judicieuse.

$$A = \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{4}\right) \left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4}\right) \quad B = (\sqrt{5} + 4)^2 - (\sqrt{5} + 3)^2$$
$$C = \left(\frac{2}{5} + \frac{5}{2}\right)^2 \quad D = (\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 + (\sqrt{5} + \sqrt{7})^2.$$

Exercice 12. Factoriser les expressions suivantes.

$$A = (2x - 1)^2 - (x + 3)(2x - 1) \quad B = (4x - 3)(x + 2) - (20x - 15)$$
$$C = (x^2 - 16) + (x - 4)(5x + 7) \quad D = (3x - 8)(x - 7) + (x^2 - 49).$$

Exercice 13. Soit $A(x) = (x^2 - 25) - 2(5 - x)(x + 6)$, $x \in \mathbf{R}$.

1. Développer, réduire et ordonner $A(x)$.
2. Factoriser $A(x)$.
3. Développer la forme factorisée de $A(x)$ et comparer avec la forme développée vue en 1.
4. Choisir l'expression la mieux adaptée pour la calculer les nombres suivants.

$$A(\sqrt{2}) \quad A(5) \quad A(-6) \quad A(2 - \sqrt{3}) \quad A\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right).$$

Exercice 14. Compléter les expressions suivantes pour qu'elles deviennent des développements d'identités remarquables.

$$A = x^2 + 6x + \dots = (\dots + \dots)^2 \quad B = \dots - 12x + 9 = (\dots - \dots)^2$$
$$C = 16x^2 - \dots + 4y^2 = (\dots - \dots)^2 \quad D = \dots + 30ab + \dots = (\dots + 3b)^2.$$

Exercice 15. Compléter les expressions suivantes pour qu'elles deviennent des développements d'identités remarquables.

$$A = x^2 + 14xy + \dots = (\dots + \dots)^2 \quad B = \dots - 48x + 64 = (\dots - \dots)^2$$
$$C = \frac{4}{9}x^2 - \dots + \frac{y^2}{4} = (\dots - \dots)^2 \quad D = \dots + ab + \dots = \left(\dots + \frac{1}{6}b\right)^2.$$

Seconde Développements - Factorisation

Exercice 1. Recopions et complétons les développements.

1. $(3x + 2)^2 = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 2 + (2)^2 = 9x^2 + 12x + 4.$

2. $(4x - 5)^2 = (4x)^2 - 2 \times 4x \times 5 + (5)^2 = 16x^2 - 40x + 25.$

3. $(5x + 2)(5x - 2) = (5x)^2 - (2)^2 = 25x^2 - 4.$

Exercice 2. Développons et ordonnons les expressions.

$$A = (x - 2)^2 = x^2 - 2 \times x \times 2 + 2^2 = x^2 - 4x + 4.$$

$$B = (x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1.$$

$$C = (2x + 1)^2 = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 1 + 1^2 = 4x^2 + 4x + 1.$$

$$D = (x + 3)^2 - (x + 2)^2 = (x^2 + 6x + 9) - (x^2 + 4x + 4) = x^2 + 6x + 9 - x^2 - 4x - 4 = 2x + 5.$$

Exercice 3. Calculons les expressions suivantes de manière judicieuse.

Correct mais peu judicieux :

$$A = \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{5}\right)^2 = \frac{1}{4} - 2 \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{5} + \frac{9}{25} = \frac{1}{4} - \frac{3}{5} + \frac{9}{25} = \frac{25}{100} - \frac{60}{100} + \frac{36}{100} = \frac{1}{100}.$$

Plus judicieux :

$$A = \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{5}\right)^2 = \left(\frac{5}{10} - \frac{6}{10}\right)^2 = \left(-\frac{1}{10}\right)^2 = \frac{1}{100}.$$

$$B = (\sqrt{5} + 4)^2 = 5 + 2 \times \sqrt{5} \times 4 + 16 = 21 + 8\sqrt{5}.$$

$$C = \left(5 + \frac{3}{2}\right)^2 = \left(\frac{10}{2} + \frac{3}{2}\right)^2 = \left(\frac{13}{2}\right)^2 = \frac{169}{4}.$$

$$D = (\sqrt{3} + \sqrt{7})^2 = 3 + 2 \times \sqrt{3} \times \sqrt{7} + 7 = 10 + 2\sqrt{21}.$$

Exercice 4. Développons puis réduisons.

$$A = (x + 3)(5 - x) = 5x - x^2 + 15 - 3x = -x^2 + 2x + 15.$$

$$B = (2x - 1)(x - 4) = 2x^2 - 8x - x + 4 = 2x^2 - 9x + 4.$$

$$C = (2 - 3x)(x + 1) + (x + 2)(x - 5) = 2x + 2 - 3x^2 - 3x + x^2 - 5x + 2x - 10 \\ = -2x^2 - 4x - 8.$$

$$D = (x + 2)(x + 3) - (x + 4)(x + 5) = x^2 + 3x + 2x + 6 - (x^2 + 5x + 4x + 20) \\ = x^2 + 5x + 6 - (x^2 + 9x + 20) = x^2 + 5x + 6 - x^2 - 9x - 20 = -4x - 14.$$

Exercice 5. Recopions puis complétons.

1. $4x^2 - 12x + 9 = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 3 + (3)^2 = (2x - 3)^2.$

2. $16x^2 + 40x + 25 = (4x)^2 + 2 \times 4x \times 5 + (5)^2 = (4x + 5)^2.$

3. $(x - 6)^2 - 25 = (x - 6)^2 - (5)^2 = (x - 6 + 5)(x - 6 - 5) = (x - 1)(x - 11).$

Exercice 6. Recopions puis complétons.

1. $x^2 - 3x + \frac{9}{4} = (x)^2 - 2 \times x \times \frac{3}{2} + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2.$

2. $\frac{1}{4}x^2 + x + 1 = \left(\frac{1}{2}x\right)^2 + 2 \times x \times 1 + (1)^2 = \left(\frac{1}{2}x + 1\right)^2.$

3. $4(x + 5)^2 - 9(2x + 1)^2 = (2(x + 5))^2 - (3(2x + 1))^2 \\ = (2(x + 5) + 3(2x + 1))(2(x + 5) - 3(2x + 1)) \\ = (2x + 10 + 6x + 3)(2x + 10 - 6x - 3) = (8x + 13)(-4x + 7).$

Exercice 7. Factorisons les expressions suivantes.

$$A = x^2 - 49 = x^2 - 7^2 = (x + 7)(x - 7).$$

$$B = 4x^2 - 25 = (2x)^2 - 5^2 = (2x + 5)(2x - 5).$$

$$C = x^2 - 22x + 121 = x^2 - 2 \times x \times 11 + 11^2 = (x - 11)^2.$$

$$D = 9x^2 + 30x + 25 = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 5 + 5^2 = (3x + 5)^2.$$

Exercice 8. Factorisons les expressions suivantes.

$$A = (x - 3)^2 - 16 = (x - 3)^2 - 4^2 = (x - 3 + 4)(x - 3 - 4) = (x + 1)(x - 7).$$

$$B = 4(x - 1)^2 - 81 = (2(x - 1))^2 - 9^2 = (2(x - 1) + 9)(2(x - 1) - 9) \\ = (2x - 2 + 9)(2x - 2 - 9) = (2x + 7)(2x - 11).$$

$$C = (3x - 7)^2 - (x + 2)^2 = (3x - 7 + x + 2)(3x - 7 - x - 2) = (4x - 5)(2x - 9).$$

$$D = (5 + x)^2 - 36x^2 = (5 + x)^2 - (6x)^2 = (5 + x + 6x)(5 + x - 6x) = (7x + 5)(-5x + 5).$$

Exercice 9. Développons.

$$A = \left(\frac{1}{2}x - 3\right)\left(x + \frac{2}{3}\right) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x \times \frac{2}{3} - 3x - 3 \times \frac{2}{3} = \frac{1}{2}x^2 + \frac{x}{3} - 3x - 2 = \frac{1}{2}x^2 + \frac{x}{3} - \frac{9x}{3} - 2 \\ = \frac{1}{2}x^2 - \frac{8x}{3} - 2.$$

$$B = \left(\frac{3}{5}x - 1\right)\left(\frac{1}{3}x + 15\right) = \frac{3}{5}x \times \frac{1}{3}x + \frac{3}{5}x \times 15 - \frac{1}{3}x - 15 = \frac{1}{5}x^2 + 9x - \frac{1}{3}x - 15 \\ = \frac{1}{5}x^2 + \frac{27}{3}x - \frac{1}{3}x - 15 = \frac{1}{5}x^2 + \frac{26}{3}x - 15.$$

$$C = \left(x + \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right) = x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x - \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = x^2 - \frac{3}{6}x + \frac{2}{6}x - \frac{1}{6} = x^2 - \frac{1}{6}x - \frac{1}{6}.$$

$$D = \left(x - \frac{5}{3}\right)\left(x - \frac{1}{15}\right) = x^2 - \frac{1}{15}x - \frac{5}{3}x + \frac{5}{3} \times \frac{1}{15} = x^2 - \frac{1}{15}x - \frac{25}{15}x + \frac{1}{9} = x^2 - \frac{26}{15}x + \frac{1}{9}.$$

Exercice 10. Développons puis ordonnons les expressions.

$$A = 3(x - 7) - 2(x + 4) = 3x - 21 - 2x - 8 = x - 29.$$

$$B = \frac{x-1}{4} - \frac{2x+2}{3} - 1 = \frac{3(x-1)}{12} - \frac{4(2x+2)}{12} - \frac{12}{12} = \frac{3x-3-8x-8-12}{12} = \frac{-5x-23}{12}.$$

$$C = \frac{2}{3}\left(\frac{x}{2} - 1\right) - \frac{1}{2}\left(3 - \frac{x}{3}\right) + 2 = \frac{2}{3} \times \frac{x}{2} - \frac{2}{3} - \frac{1}{2} \times 3 + \frac{1}{2} \times \frac{x}{3} = \frac{x}{3} - \frac{2}{3} - \frac{3}{2} + \frac{x}{6} + 2 \\ = \frac{2x}{6} - \frac{4}{6} - \frac{9}{6} + \frac{x}{6} + \frac{12}{6} = \frac{3x}{6} - \frac{1}{6} = \frac{x}{2} - \frac{1}{6}.$$

$$D = \left(\frac{x-1}{2}\right)^2 + x\left(\frac{x+4}{3}\right) = \frac{x^2-2x+1}{4} + \frac{x^2+4x}{3} = \frac{3(x^2-2x+1)}{12} + \frac{4(x^2+4x)}{12} \\ = \frac{3x^2-6x+3+4x^2+16x}{12} = \frac{7x^2+10x+3}{12}.$$

Exercice 11. Calculons les expressions suivantes de manière judicieuse.

$$A = \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{4}\right) \left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4}\right) = \left(\frac{8}{12} - \frac{9}{12}\right) \left(\frac{8}{12} + \frac{9}{12}\right) = -\frac{1}{12} \times \frac{17}{12} = -\frac{17}{144}.$$

Ou aussi :

$$A = \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{4}\right) \left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4}\right) = \left(\frac{2}{3}\right)^2 - \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{4}{9} - \frac{9}{16} = \frac{4 \times 16}{144} - \frac{9 \times 9}{144} = \frac{64}{144} - \frac{81}{144} = -\frac{17}{144}.$$

$$B = (\sqrt{5} + 4)^2 - (\sqrt{5} + 3)^2 = (\sqrt{5})^2 + 2 \times \sqrt{5} \times 4 + 4^2 - \left((\sqrt{5})^2 + 2 \times \sqrt{5} \times 3 + 3^2 \right) \\ = 5 + 8\sqrt{5} + 16 - 5 - 6\sqrt{5} - 9 = 7 + 2\sqrt{5}.$$

$$C = \left(\frac{2}{5} + \frac{5}{2}\right)^2 = \left(\frac{4}{10} + \frac{25}{10}\right)^2 = \left(\frac{29}{10}\right)^2 = \frac{29^2}{10^2} = \frac{841}{10}.$$

$$D = (\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 + (\sqrt{5} + \sqrt{7})^2 = (\sqrt{2})^2 + 2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 + (\sqrt{5})^2 + 2 \times \sqrt{5} \times \sqrt{7} + (\sqrt{7})^2 \\ = 2 + 2\sqrt{6} + 3 + 5 + 2\sqrt{35} + 7 = 17 + 2\sqrt{6} + 2\sqrt{35}.$$

Exercice 12. Factorisons les expressions suivantes.

$$A = (2x - 1)^2 - (x + 3)(2x - 1) = (2x - 1)[(2x - 1) - (x + 3)] = (2x - 1)(2x - 1 - x - 3) \\ = (2x - 1)(x - 4).$$

$$B = (4x - 3)(x + 2) - (20x - 15) = (4x - 3)(x + 2) - 5(4x - 3) = (4x - 3)(x + 2 - 5) \\ = (4x - 3)(x - 3).$$

$$C = (x^2 - 16) + (x - 4)(5x + 7) = (x + 4)(x - 4) + (x - 4)(5x + 7) = (x - 4)(x + 4 + 5x + 7) \\ = (x - 4)(6x + 11).$$

$$D = (3x - 8)(x - 7) + (x^2 - 49) = (3x - 8)(x - 7) + (x + 7)(x - 7) = (x - 7)(3x - 8 + x + 7) \\ = (x - 7)(4x - 1).$$

Exercice 13. Soit $A(x) = (x^2 - 25) - 2(5 - x)(x + 6)$, $x \in \mathbf{R}$.

1. Développons, réduisons et ordonnons $A(x)$.

$$A(x) = (x^2 - 25) - 2(5 - x)(x + 6) = x^2 - 25 - 2(5x + 30 - x^2 - 6x) \\ = x^2 - 25 - 10x - 60 + 2x^2 + 12x = 3x^2 + 2x - 85.$$

2. Factorisons $A(x)$.

$$A(x) = (x^2 - 25) - 2(5 - x)(x + 6) = (x + 5)(x - 5) + 2(x - 5)(x + 6) \\ = (x - 5)(x + 5 + 2(x + 6)) = (x - 5)(x + 5 + 2x + 12) = (x - 5)(3x + 17).$$

3. Développons la forme factorisée de $A(x)$ et comparons avec la forme développée vue en 1.

$$A(x) = (x - 5)(3x + 17) = 3x^2 + 17x - 15x - 85 = 3x^2 + 2x - 85.$$

4. Choisissons l'expression la mieux adaptée pour la calculer les nombres suivants.

On calcule $A(\sqrt{2})$ avec la forme développée :

$$A(\sqrt{2}) = 3 \times (\sqrt{2})^2 + 2 \times \sqrt{2} - 85 = 3 \times 2 + 2\sqrt{2} - 85 = 6 + 2\sqrt{2} - 85 = -79 + 2\sqrt{2}.$$

On calcule $A(5)$ avec la forme factorisée :

$$A(5) = (5 - 5)(3 \times 5 + 17) = 0 \times (15 + 17) = 0.$$

On calcule $A(-6)$ avec la forme développée :

$$A(-6) = (6^2 - 25) - 2(5 + 6)(-6 + 6) = 36 - 25 - 2 \times 11 \times 0 = 36 - 25 = 11.$$

On calcule $A(2 - \sqrt{3})$ avec la forme développée :

$$A(2 - \sqrt{3}) = 3(2 - \sqrt{3})^2 + 2(2 - \sqrt{3}) - 85 = 3(4 - 4\sqrt{3} + 3) + 4 - 2\sqrt{3} - 85 \\ = 12 - 12\sqrt{3} + 9 + 4 - 2\sqrt{3} - 85 = 12 + 9 + 4 - 85 - 12\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = -60 - 14\sqrt{3}.$$

On calcule $A\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ avec la forme développée :

$$\begin{aligned} A\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) &= 3 \times \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + 2 \times \frac{1}{\sqrt{2}} - 85 = 3 \times \frac{1}{2} + \frac{2}{\sqrt{2}} - 85 = \frac{3}{2} + \frac{2\sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2} - 85 = \frac{3}{2} + \sqrt{2} - 85 \\ &= 1,5 + \sqrt{2} - 85 = -83,5 + \sqrt{2}. \end{aligned}$$

Exercice 14. Complétons les expressions suivantes pour qu'elles deviennent des développements d'identités remarquables.

On a : $A = x^2 + 6x + \dots = (x + \dots)^2$ puis : $A = x^2 + 2 \times x \times 3 + \dots = (x + \dots)^2$ donc :

$$A = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2 = (x + 3)^2.$$

On a : $B = \dots - 12x + 9 = (\dots - \dots)^2$ puis : $B = \dots - 2 \times 2x \times 3 + 3^2 = (\dots - 3)^2$ donc :

$$B = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 3 + 3^2 = (2x - 3)^2.$$

On a : $C = 16x^2 - \dots + 4y^2 = (\dots - \dots)^2$ puis : $C = (4x)^2 - \dots + (2y)^2 = (4x - 2y)^2$ donc :

$$C = (4x)^2 - 2 \times 4x \times 2y + (2y)^2 = (4x - 2y)^2.$$

On a : $D = \dots + 30ab + \dots = (\dots + 3b)^2$ puis : $D = (\dots)^2 + 2 \times 5a \times 3b + (\dots)^2 = (\dots + 3b)^2$ et :

$D = (5a)^2 + 2 \times 5a \times 3b + (3b)^2 = (\dots + 3b)^2$ donc :

$$D = (5a)^2 + 2 \times 5a \times 3b + (3b)^2 = (5a + 3b)^2.$$

Exercice 15. Complétons les expressions suivantes pour qu'elles deviennent des développements d'identités remarquables.

$A = x^2 + 14xy + \dots = (\dots + \dots)^2$ donc : $A = x^2 + 2 \times x \times 7y + \dots = (x + \dots)^2$ donc :

$$A = x^2 + 2 \times x \times 7y + (7y)^2 = (x + 7y)^2.$$

$B = \dots - 48x + 64 = (\dots - \dots)^2$ donc : $B = \dots - 2 \times 3x \times 8 + 8^2 = (\dots - \dots)^2$ donc :

$$B = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 8 + 8^2 = (3x - 8)^2.$$

$C = \frac{4}{9}x^2 - \dots + \frac{y^2}{4} = (\dots - \dots)^2$ donc : $C = \left(\frac{2}{3}x\right)^2 - \dots + \left(\frac{y}{2}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}x - \frac{y}{2}\right)^2$ donc :

$$C = \left(\frac{2}{3}x\right)^2 - 2 \times \frac{2}{3}x \times \frac{y}{2} + \left(\frac{y}{2}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}x - \frac{y}{2}\right)^2.$$

$D = \dots + ab + \dots = \left(\dots + \frac{1}{6}b\right)^2$ donc : $D = \dots + 2 \times 3a \times \frac{1}{6}b + \dots = \left(\dots + \frac{1}{6}b\right)^2$ donc :

$$D = (3a)^2 + 2 \times 3a \times \frac{1}{6}b + \left(\frac{1}{6}b\right)^2 = \left(\dots + \frac{1}{6}b\right)^2.$$