EXERCICE 4A.1 :

Un groupe d'élèves de 3ème comprend 60 % de garçons. Tous les élèves étudient l'anglais en LV1.
40 % des filles et 60 % des garçons étudient l'allemand en LV2.
Tous les élèves qui ne font pas allemand étudient l'espagnol.

a) Traduire cette situation par un arbre pondéré.
b) Quelle est la probabilité que l'élève choisi au hasard dans la classe soit un garçon qui étudie l'allemand ?
c) Quelle est la probabilité que l'élève choisi au hasard étudie l'espagnol ?

EXERCICE 4A.2

Un jeune couple décide de faire 4 enfants, et il s'interroge sur le nombre de filles (F) ou de garçons (G).
On considèrera que les deux événements sont équiprobables.

1. **a.** Construire un arbre de dénombrement de toutes les combinaisons possibles (du 1er au 4ème enfant).
b. Combien de combinaisons y a-t-il ?

2. À l'aide de l'arbre de dénombrement, calculer la probabilité des événements suivants :

A : « Le premier enfant du couple est un garçon ».
B : « le couple a exactement 3 filles ».
C : « Le couple a au moins 2 garçons ».
D : « L'aîné(e) et le (la) cadet(te) sont de même sexe ».

EXERCICE 4A.3

Dans une urne, il y a 3 boules rouges, 2 boules jaunes (J) et une boule bleue (B). On tire successivement 3 boules, sans remise.

1. **a.** Construire un arbre de dénombrement de toutes les combinaisons possibles de 3 boules.
b. Combien de combinaisons y a-t-il ?

2. À l'aide de l'arbre de dénombrement, calculer la probabilité des événements suivants :

A : « On a 2 boules rouges » B : « On a une boule de chaque couleur »
C : « On n'a pas de boule bleue » D : « La première et la dernière boule tirée ont la même couleur ».

EXERCICE 4A.4

Dans une boîte se trouvent deux boules blanches, deux boules noires, trois boules rouges.
On tire au hasard une boule dans la boîte et, au hasard, sans remise, on en tire une deuxième.
On s'intéresse aux deux couleurs tirées, dans l'ordre.

1. Représenter l'expérience par un arbre de probabilités.
2. Quelle est la probabilité de tirer deux boules de la même couleur ? (évènement D)
3. Quelle est la probabilité de tirer au moins une boule rouge ? (évènement R)
4. Décrire l'événement $D \cap R$ par une phrase. Quelle est sa probabilité ?

EXERCICE 4A.5

On tire au hasard une carte dans un jeu de 32 cartes puis on la remet dans le jeu. On tire alors une seconde carte.

a) Quel est le nombre de résultats possibles ?
b) Calculer la probabilité des évènements suivants :

A : les 2 cartes tirées sont rouges
B : les 2 cartes tirées sont des trèfles
C : les 2 cartes tirées sont de la même couleur
D : les 2 cartes tirées sont des as.

EXERCICE 4A.6

M. et Mme Untel ont deux enfants dont un garçon. Quelle est la probabilité que l'autre enfant soit une fille ?
M. et Mme Untel ont deux garçons. Quelle est la probabilité que leur troisième enfant soit une fille ?

CORRIGÉ

EXERCICE 4A.1 :

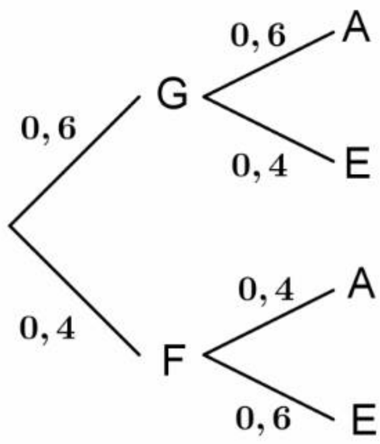
Un groupe d'élèves de $3^{ème}$ comprend 60 % de garçons. Tous les élèves étudient l'anglais en LV1.

40 % des filles et 60 % des garçons étudient l'allemand en LV2.

Tous les élèves qui ne font pas allemand étudient l'espagnol.

a) Traduire cette situation par un arbre pondéré.
b) Quelle est la probabilité que l'élève choisi au hasard dans la classe soit un garçon qui étudie l'allemand ?
c) Quelle est la probabilité que l'élève choisi au hasard étudie l'espagnol ?

a) On va définir 4 évènements :
G : « l'élève est un garçon »
F : « l'élève est une fille »
A : « l'élève étudie l'allemand »
E : « l'élève étudie l'espagnol.



b) Choix au hasard donc **équiprobabilité**

$$p(G\cap A)=\frac{\text{nb de garçons qui étudient l'allemand}}{\text{nb d'élèves}}$$

Nous n'avons pas ces données ; par contre, avec l'arbre :

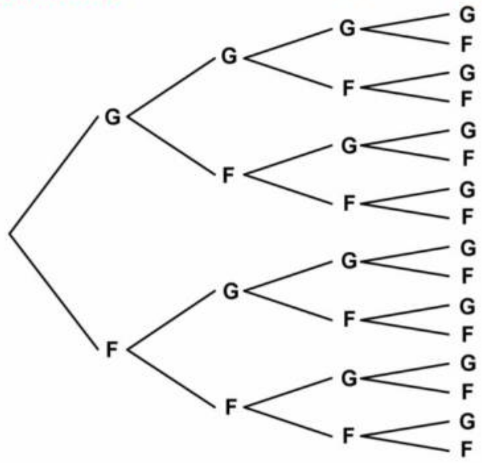
$$p(G\cap A)=0,6\times0,6=0,36$$

c) $p(E)=p(G\cap E)+p(F\cap E)=0,6\times0,4+0,4\times0,6=0,48$

EXERCICE 4A.2

Un jeune couple décide de faire 4 enfants, et il s'interroge sur le nombre de filles (F) ou de garçons (G). On considèrera que les deux événements sont équiprobables.

1. a. *Construire un* ***arbre de dénombrement*** *de toutes les combinaisons possibles (du 1^{er} au $4^{ème}$ enfant)*



b. 16 combinaisons possibles, en tenant compte de l'ordre des naissances.

2. *À l'aide de l'arbre de dénombrement, calculer la probabilité des événements suivants :*

A : « Le premier enfant du couple est un garçon ». :

$$p(A)=\frac{\text{nombre de combinaisons où le premier enfant est un garçon}}{\text{nombre total de combinaisons}}=\frac{8}{16}=\frac{1}{2}$$

B : « le couple a exactement 3 filles » : (GFFF, FGFF, FFGF, FFFG)

$$p(B)=\frac{\text{nombre de combinaisons contenant trois filles}}{\text{nombre total de combinaisons}}=\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$$

C : « Le couple a au moins 2 garçons » : → moins de deux garçons (GFFF, FGFF, FFGF, FFFG, FFFF)

$$p(\mathrm{C}) = 1 - p(\overline{\mathrm{C}}) = 1 - \frac{\text{nombre de combinaisons contenant moins de deux garçons}}{\text{nombre total de combinaisons}} = 1 - \frac{5}{16} = \frac{11}{16}$$

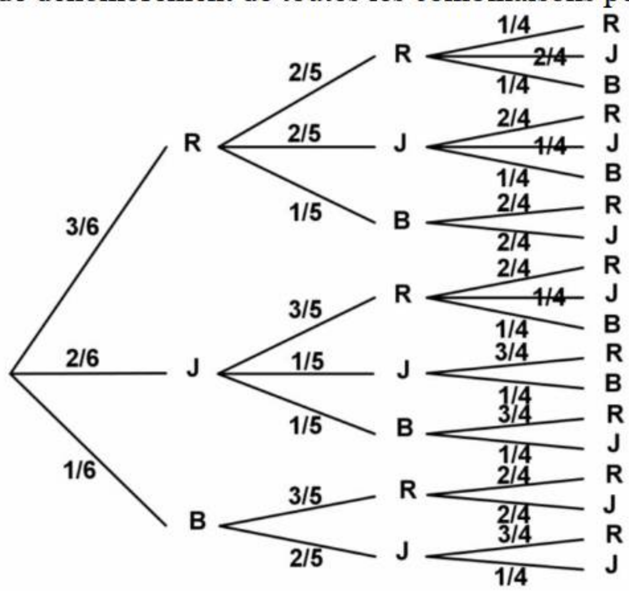
D : « L'aîné(e) et le (la) cadet(te) (le ou la deuxième) sont de même sexe ».

$$p(\mathrm{D}) = 1 - \frac{\text{nombre de combinaisons où les deux premiers enfants sont du mêmes sexe}}{\text{nombre total de combinaisons}} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$

EXERCICE 4A.3

Dans une urne, il y a 3 boules rouges, 2 boules jaunes (J) et une boule bleue (B). On tire successivement 3 boules, sans remise.

1. **a.** Construire un arbre de dénombrement de toutes les combinaisons possibles de 3 boules.



b. **On dénombre 19 combinaisons.**

2. *À l'aide de l'arbre de dénombrement, calculer la probabilité des événements suivants :*

A : « On a 2 boules rouges » B : « On a une boule de chaque couleur »

C : « On n'a pas de boule bleue » D : « La première et la dernière boule tirée ont la même couleur ».

$$p(\mathrm{A}) = p(\mathrm{RRJ}) + p(\mathrm{RRB}) + p(\mathrm{RJR}) + p(\mathrm{RBR}) + p(\mathrm{JRR}) + p(\mathrm{BRR})$$

$$= \left(\frac{3}{6}\times\frac{2}{5}\times\frac{2}{4}\right) + \left(\frac{3}{6}\times\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}\right) + \left(\frac{3}{6}\times\frac{2}{5}\times\frac{2}{4}\right) + \left(\frac{3}{6}\times\frac{1}{5}\times\frac{2}{4}\right) + \left(\frac{2}{6}\times\frac{3}{5}\times\frac{2}{4}\right) + \left(\frac{1}{6}\times\frac{3}{5}\times\frac{2}{4}\right)$$

$$= \frac{12}{120} + \frac{6}{120} + \frac{12}{120} + \frac{6}{120} + \frac{12}{120} + \frac{6}{120}$$

$$= \frac{54}{120}$$

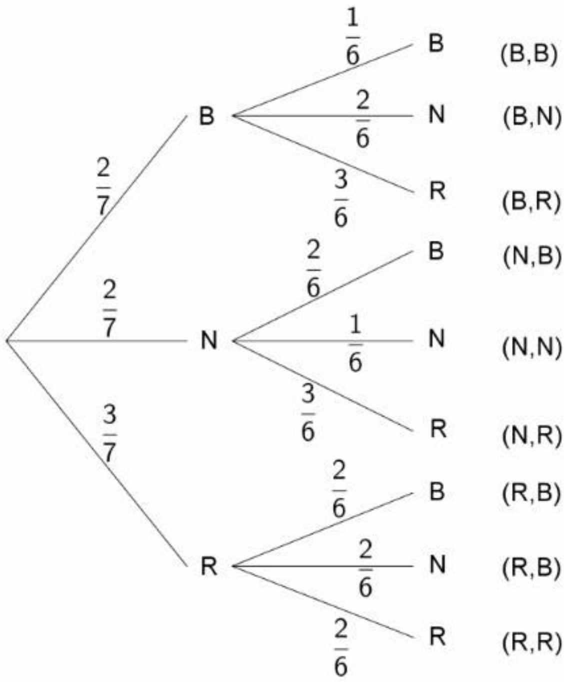
$$= \frac{9}{20}$$

$$= 0,45$$

EXERCICE 4A.4 :

Dans une boîte se trouvent deux boules blanches, deux boules noires, trois boules rouges.
On tire au hasard une boule dans la boîte et, au hasard, sans remise, on en tire une deuxième.
On s'intéresse aux deux couleurs tirées, dans l'ordre.

1. *Représenter l'expérience par un arbre de probabilités.*



2. *Quelle est la probabilité de tirer deux boules de la même couleur ? (événement D)*

$$p(\mathrm{D}) = p(\mathrm{B,B}) + p(\mathrm{N,N}) + p(\mathrm{R,R})$$
$$= \frac{2}{7}\times\frac{1}{6} + \frac{2}{7}\times\frac{1}{6} + \frac{3}{7}\times\frac{2}{6} = \frac{2}{42} + \frac{2}{42} + \frac{6}{42}$$
$$= \frac{10}{42} = \frac{5}{21}$$

3. *Quelle est la probabilité de tirer au moins une boule rouge ? (événement R)*

$$p(\mathrm{R}) = p(\mathrm{B,R}) + p(\mathrm{N,R}) + p(\mathrm{R,B}) + p(\mathrm{R,N}) + p(\mathrm{R,R})$$
$$= \frac{2}{7}\times\frac{3}{6} + \frac{2}{7}\times\frac{3}{6} + \frac{3}{7}\times\frac{2}{6} + \frac{3}{7}\times\frac{2}{6} + \frac{3}{7}\times\frac{2}{6} = \frac{6}{42} + \frac{6}{42} + \frac{6}{42} + \frac{6}{42} + \frac{6}{42} = \frac{30}{42} = \frac{5}{7}$$

4. *Décrire l'événement $D \cap R$ par une phrase. Quelle est sa probabilité ?*

$D \cap R$ correspond à l'évènement : « les deux boules sont rouges ».

$$p(D \cap R) = p(\mathrm{R,R}) = \frac{3}{7}\times\frac{2}{6} = \frac{6}{42} = \frac{1}{7}$$

EXERCICE 4A.5

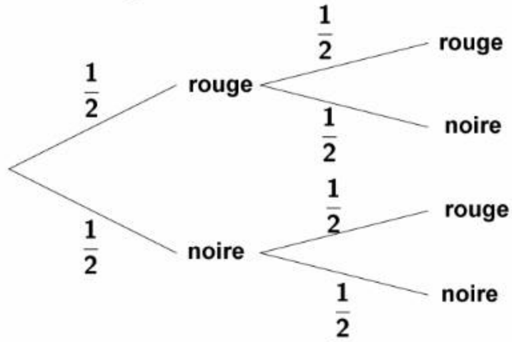
On tire au hasard une carte dans un jeu de 32 cartes, puis on la remet dans le jeu. On tire alors une seconde carte.

a) *Quel est le nombre de résultats possibles ?*
Il faut tenir compte de l'ordre du tirage des cartes, donc pour chaque première carte obtenue, il y a 32 possibilités ; le nombre de résultats possibles est : $32\times 32 = 1024$

b) *Calculer la probabilité des évènements suivants :*
Pour chaque situation, il faut faire un petit arbre : ce sont des tirages avec remise :

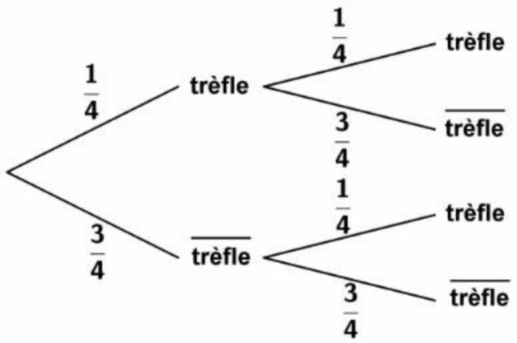
A : les 2 cartes tirées sont rouges
Par lecture graphique :

$$p(\mathrm{RR}) = \frac{1}{2}\times\frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$



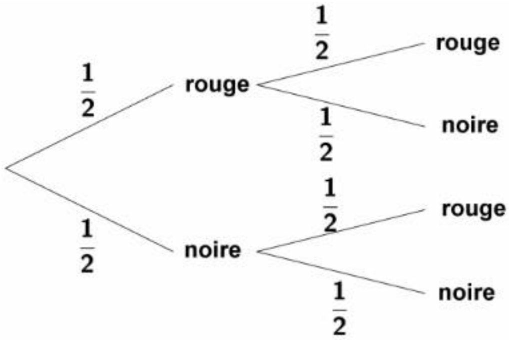
B : les 2 cartes tirées sont des trèfles
Par lecture graphique :

$$p(\mathrm{TT}) = \frac{1}{4}\times\frac{1}{4} = \frac{1}{16}$$



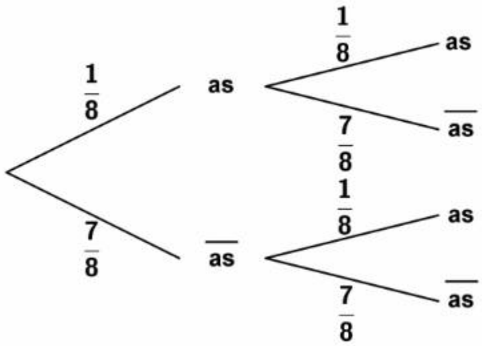
C : les 2 cartes tirées sont de la même couleur
Par lecture graphique :

$$
\begin{aligned}
p(\mathrm{C}) &= p(\mathrm{RR}) + p(\mathrm{NN}) \\
&= \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2} \\
&= \frac{1}{4}+\frac{1}{4} \\
&= \frac{1}{2}
\end{aligned}
$$



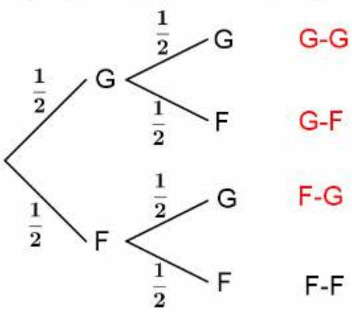
D : les 2 cartes tirées sont des as

$$p(\mathrm{D}) = \frac{1}{8}\times\frac{1}{8} = \frac{1}{64}$$



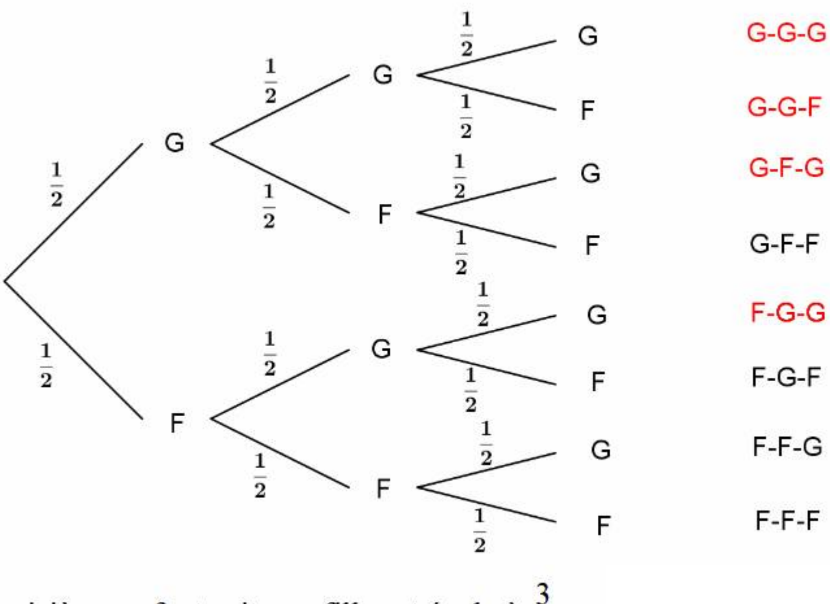
EXERCICE 4A.6

M. et Mme Untel ont deux enfants dont un garçon. Quelle est la probabilité que l'autre enfant soit une fille ?



La probabilité que l'autre enfant soit une fille est égale à $\frac{2}{3}$.

M. et Mme Untel ont trois enfants dont deux garçons. Quelle est la probabilité que leur troisième enfant soit une fille ?



La probabilité que le troisième enfant soit une fille est égale à $\frac{3}{4}$.