

Exercice 3.1 :

Déterminer l'équation cartésienne de la droite passant par le point $A(3;1)$ et de vecteur directeur $\vec{u} \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ en utilisant deux méthodes différentes.

Exercice 3.2 :

Déterminer l'équation cartésienne de la droite passant par le point $B(-4;7)$ et de vecteur directeur $\vec{v} \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ en utilisant deux méthodes différentes.

Exercice 3.3 :

Déterminer l'équation cartésienne de la droite passant par les points $A(3;1)$ et $B(-4;7)$ en utilisant deux méthodes différentes.

Exercice 3.4 :

Déterminer l'équation cartésienne de la droite passant par les points $A(-1;1)$ et $B(3;-11)$ en utilisant deux méthodes différentes.

CORRIGÉ**Exercice 3.1 :**

Déterminer l'équation cartésienne de la droite passant par le point $A(3;1)$ et de vecteur directeur $\vec{u} \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$.

SANS LES VECTEURS :

On cherche d'abord l'équation réduite de droite de la forme : $y = mx + p$.

Le vecteur directeur $\vec{u} \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ est colinéaire au vecteur $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ donc obtient directement $m = -3$.

Donc l'équation devient : $y = -3x + p$ et les coordonnées du point A vérifient l'équation de cette droite :

$$y_A = -3x_A + p \Leftrightarrow 1 = -3 \times 3 + p \Leftrightarrow 1 = -9 + p \Leftrightarrow 1 + 9 = p \Leftrightarrow p = 10$$

Ainsi : $y = -3x + 10 \Leftrightarrow 3x + y - 10 = 0$

AVEC LES VECTEURS :

La droite cherchée est l'ensemble des points M du plan tels que le vecteur \overline{AM} soit colinéaire au vecteur \vec{u} .

On pose $M(x; y)$ donc : $\overline{AM} \begin{pmatrix} x-3 \\ y-1 \end{pmatrix}$

$$\begin{aligned} \overline{AM} \text{ est colinéaire à } \vec{u} &\Leftrightarrow \det(\overline{AM}, \vec{u}) = 0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} x-3 & -1 \\ y-1 & 3 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow 3 \times (x-3) - (-1) \times (y-1) = 0 \\ &\Leftrightarrow 3x - 9 - (-y+1) = 0 \Leftrightarrow 3x - 9 + y - 1 = 0 \Leftrightarrow 3x + y - 10 = 0 \end{aligned}$$

Exercice 3.2 :

Déterminer l'équation cartésienne de la droite passant par le point $B(-4;7)$ et de vecteur directeur $\vec{v} \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$.

SANS LES VECTEURS :

On cherche d'abord l'équation réduite de droite de la forme : $y = mx + p$.

Le vecteur directeur $\vec{v} \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ est colinéaire au vecteur $\vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$ donc obtient directement $m = -\frac{1}{3}$.

Donc l'équation devient : $y = -\frac{1}{3}x + p$ et les coordonnées du point B vérifient l'équation de cette droite :

$$y_B = -\frac{1}{3}x_B + p \Leftrightarrow 7 = -\frac{1}{3} \times (-4) + p \Leftrightarrow 7 = \frac{4}{3} + p \Leftrightarrow \frac{21}{3} - \frac{4}{3} = p \Leftrightarrow p = \frac{17}{3}$$

Ainsi : $y = -\frac{1}{3}x + \frac{17}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{3}x + y - \frac{17}{3} = 0 \Leftrightarrow x + 3y - 17 = 0$

AVEC LES VECTEURS :

La droite cherchée est l'ensemble des points M du plan tels que le vecteur \overline{BM} soit colinéaire au vecteur \vec{v} .

On pose $M(x; y)$ donc : $\overline{BM} \begin{pmatrix} x+4 \\ y-7 \end{pmatrix}$

$$\begin{aligned} \overline{BM} \text{ est colinéaire à } \vec{v} &\Leftrightarrow \det(\overline{BM}, \vec{v}) = 0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} x+4 & 3 \\ y-7 & -1 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow -1 \times (x+4) - 3 \times (y-7) = 0 \\ &\Leftrightarrow -x-4-3y+21=0 \Leftrightarrow -x-3y+17=0 \Leftrightarrow x+3y-17=0 \end{aligned}$$

Exercice 3.3 : Déterminer l'équation cartésienne de la droite passant par les points $A(3;1)$ et $B(-4;7)$

SANS LES VECTEURS :

On cherche d'abord l'équation réduite de droite de la forme : $y = mx + p$.

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{7-1}{-4-3} = \frac{6}{-7} = -\frac{6}{7}$$

Donc l'équation devient : $y = -\frac{6}{7}x + p$ et les coordonnées du point A vérifient l'équation de cette droite :

$$y_A = -\frac{6}{7}x_A + p \Leftrightarrow 1 = -\frac{6}{7} \times 3 + p \Leftrightarrow 1 = -\frac{18}{7} + p \Leftrightarrow \frac{7}{7} + \frac{18}{7} = p \Leftrightarrow p = \frac{25}{7}$$

Ainsi : $y = -\frac{6}{7}x + \frac{25}{7} \Leftrightarrow \frac{6}{7}x + y - \frac{25}{7} = 0 \Leftrightarrow 6x + 7y - 25 = 0$

AVEC LES VECTEURS :

On définit d'abord le vecteur $\overline{AB} \begin{pmatrix} -4-3 \\ 7-1 \end{pmatrix}$ soit $\overline{AB} \begin{pmatrix} -7 \\ 6 \end{pmatrix}$.

La droite cherchée est l'ensemble des points M du plan tels que le vecteur \overline{AM} soit colinéaire au vecteur \overline{AB} .

On pose $M(x; y)$ donc : $\overline{AM} \begin{pmatrix} x-3 \\ y-1 \end{pmatrix}$

$$\begin{aligned} \overline{AM} \text{ est colinéaire à } \overline{AB} &\Leftrightarrow \det(\overline{AM}, \overline{AB}) = 0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} x-3 & -7 \\ y-1 & 6 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow 6 \times (x-3) - (-7) \times (y-1) = 0 \\ &\Leftrightarrow 6x-18-(-7y+7)=0 \Leftrightarrow 6x-18+7y-7=0 \Leftrightarrow 6x+7y-25=0 \end{aligned}$$

Exercice 3.4 : Déterminer l'équation de la droite passant par les points $A(-1;1)$ et $B(3;-11)$

SANS LES VECTEURS :

On cherche d'abord l'équation réduite de droite de la forme : $y = mx + p$.

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-11-1}{3-(-1)} = \frac{-12}{3+1} = \frac{-12}{4} = -3$$

Donc l'équation devient : $y = -3x + p$ et les coordonnées du point A vérifient l'équation de cette droite :

$$y_A = -3x_A + p \Leftrightarrow 1 = -3 \times (-1) + p \Leftrightarrow 1 = 3 + p \Leftrightarrow 1-3 = p \Leftrightarrow p = -2$$

Ainsi : $y = -3x - 2 \Leftrightarrow 3x + y + 2 = 0$

AVEC LES VECTEURS :

On définit d'abord le vecteur $\overline{AB} \begin{pmatrix} 3 - (-1) \\ -11 - 1 \end{pmatrix}$ soit $\overline{AB} \begin{pmatrix} 4 \\ -12 \end{pmatrix}$.

La droite cherchée est l'ensemble des points M du plan tels que le vecteur \overline{AM} soit colinéaire au vecteur \overline{AB} .

On pose $M(x; y)$ donc : $\overline{AM} \begin{pmatrix} x+1 \\ y-1 \end{pmatrix}$

$$\begin{aligned} \overline{AM} \text{ est colinéaire à } \overline{AB} &\Leftrightarrow \det(\overline{AM}, \overline{AB}) = 0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} x+1 & 4 \\ y-1 & -12 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow -12(x+1) - 4(y-1) = 0 \\ &\Leftrightarrow -12x - 12 - 4y + 4 = 0 \Leftrightarrow -12x - 4y - 8 = 0 \Leftrightarrow 3x + y + 2 = 0 \end{aligned}$$