Tableaux de valeurs, de signes et de variations

I Tableaux de valeurs

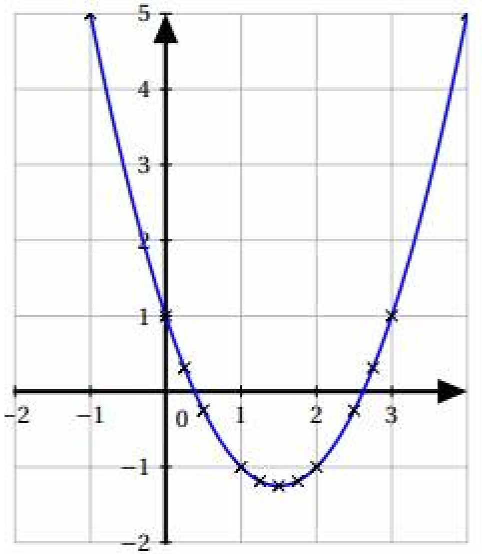
Les tableaux de valeurs permettent, entre autre, de représenter graphiquement les fonctions.

Exemple : On souhaite représenter la fonction définie sur par $f(x) = x^2 - 3x + 1$

Les valeurs de ont été arrondies à près dans le tableau.

x	-1	0	$0,25$	$0,5$	1	$1,25$	$1,5$	$1,75$	2	$2,5$	$2,75$	3	4
$f(x)$	5	1	$0,31$	$-0,25$	-1	$-1,19$	$-1,25$	$-1,19$	-1	$-0,25$	$0,31$	1	5

On peut ainsi lire que les points de coordonnées (-1 ;5) , (0 ;1), … appartiennent à la courbe représentant la fonction ; Il ne reste plus qu'à placer ces points dans un repère adapté et à tracer le plus précisément possible la représentation graphique de la fonction.



Il n'y a pas de règles absolues concernant le nombre de points qu'on doit placer pour tracer une courbe. Il faut cependant faire en sorte que l'aspect global de la courbe soit lisse quand c'est nécessaire.

Les calculatrices apportent une grande aide à ce sujet. On peut en effet voir sur l'écran l'allure de la courbe d'une façon relativement précise. On peut ainsi anticiper les zones nécessitant plus de points à placer que d'autres (autour de dans la fonction utilisée par exemple).

Les calculatrices graphiques sont également capables de fournir des tableaux de valeurs (à pas constant) très rapidement.

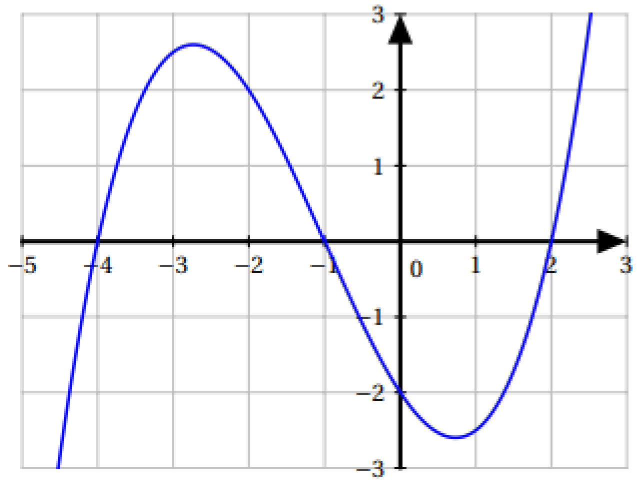
II Tableaux de signes

Dans cette partie nous allons pas construire de tableaux de signes de manière algébrique. Nous allons donc seulement utiliser les représentations graphiques des fonctions.

Un tableau de signes fournit des informations sur les fonctions :

- Les réels, s'ils existent, pour lesquelles la fonction s'annule;
- Les intervalles, s'ils existent, sur lesquels la fonction est positive;
- Les intervalles, s'ils existent, sur lesquels la fonction est négative.

Exemple : On considère la fonction *f* définie sur IR, dont on ne connaît que sa représentation graphique.



Graphiquement, on constate donc que :

- la fonction *f* s'annule en -4 ; -1 ; 2
- la courbe est au-dessus de l'axe des abscisse sur les intervalles [-4 ;-1] et [2 ;3] Cela signifie donc que sur ces intervalles f(x)>0
- la courbe est en-dessous de l'axe des abscisse sur les intervalles [-5 ;-4] et [-1 ;2] Cela signifie donc que sur ces intervalles f(x)<0

On représente alors ces informations de manière synthétique dans le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$		-4		-1		2		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

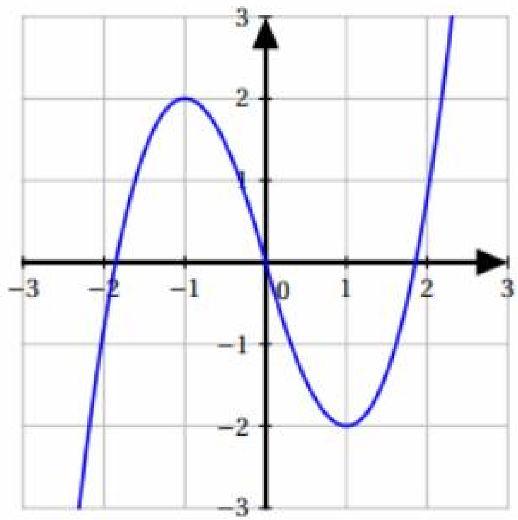
III Tableaux de variations

Dans cette partie les tableaux de variations ne seront construits qu'à partir de la représentation graphique des fonctions. L'aspect algébrique fera l'objet d'un autre chapitre.

Graphiquement, nous nous rendons compte que les courbes représentant les fonctions donne l'impression de « monter » ou de « descendre ».

> **Définition 1 :** On considère une fonction f définie sur un intervalle I.
> On dit que :
>
> - la fonction f est **croissante** sur I si, pour tous les réels x et y de I tels que $x \leqslant y$ on a $f(x) \leqslant f(y)$.
> - la fonction f est **décroissante** sur I si, pour tous les réels x et y de I tels que $x \leqslant y$ on a $f(x) \geqslant f(y)$.

Exemple 1: On considère une fonction fonction *f* définie sur IR, dont on ne connaît que sa représentation graphique.



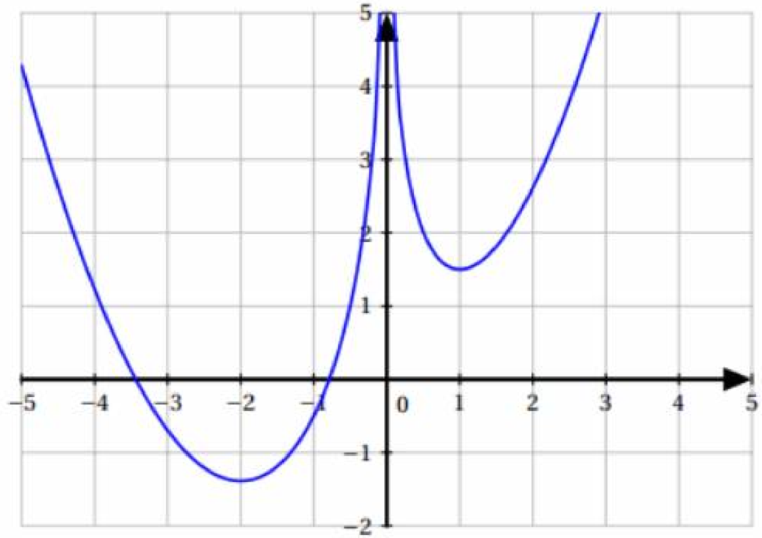
Le tableau de variations de la fonction f est :

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
f		↗	2	↘	-2	↗	

Cela signifie que :

- f est croissante si x<-1 ou si x>1
- f est décroissante si -1<x<1

Exemple 2: On considère une fonction g définie sur IR, dont on ne connaît que sa représentation graphique.



Le tableau de variations de la fonction g est :

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
g		↘	$g(-2)$	↗	‖	↘	$g(1)$	↗	

Remarque : La double barre dans le tableau de variations indique que la fonction g n'est pas définie en 0 , comme le précise l'ensemble sur lequel la fonction est définie.