Les Fonctions Polynômes
TD n°2

Maximum ou minimum d'une fonction

70 f est la fonction définie sur l'intervalle $[-5 ; 7]$ par :

$$f(x) = 0{,}25x^4 - x^3 - 5x^2.$$

1. Montrer que $f'(x) = x(x^2 - 3x - 10)$.

2. Calculer les racines du polynôme $x^2 - 3x - 10$.

3. Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[-5 ; 7]$.

4. Dresser le tableau de variation de f sur $[-5 ; 7]$.

71 Dans chaque cas, f est une fonction définie sur $\mathbb{R}$.
Calculer $f'(x)$, puis étudier les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

1. f est telle que $f(x) = x^4 - 2x^3 + 1$.

2. f est telle que $f(x) = x^4 - 200x^2 + 100$.

3. f est telle que $f(x) = 0{,}5x^4 - x^3 - 2{,}5x^2 + 1$.

77 f est la fonction définie sur l'intervalle $[-2 ; 8]$ par :

$$f(x) = x^4 - 8x^3 - 14x^2 + 4.$$

1. Calculer $f'(x)$.

2. a. Développer l'expression $(x+1)(x-7)$.
b. Montrer que $f'(x) = 4x(x+1)(x-7)$.

3. Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[-2 ; 8]$, puis dresser le tableau de variation de f sur $[-2 ; 8]$.

4. En déduire le minimum et le maximum de f sur $[-2 ; 8]$.

78 f est la fonction définie sur l'intervalle $[-5 ; 2]$ par :

$$f(x) = 0{,}25x^4 + x^3 - 2x^2 - 1.$$

1. Calculer $f'(x)$, puis montrer que $f'(x) = x(x^2 + 3x - 4)$.

2. Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[-5 ; 2]$, puis dresser le tableau de variation de f sur $[-5 ; 2]$.

3. En déduire le minimum et le maximum de f sur $[-5 ; 2]$.

81 Chaque jour, une entreprise vend sur un site Internet q dizaines de coques de téléphones portables personnalisables (q étant compris entre 0 et 12).
Le coût total de la fabrication journalière de ces coques, en euros, est exprimé par :

$$f(q) = 0{,}5q^3 - 6q^2 + 25q + 63.$$

La recette journalière totale, exprimée en euros, est donnée par $R(q) = 25q$.

1. Tracer, sur la calculatrice, la courbe représentative de f et la droite représentant R.

2. Par lectures graphiques, déterminer :
a. le sens de variation de la fonction f ;
b. le nombre minimal et le nombre maximal de coques à vendre pour que l'entreprise réalise des bénéfices.

3. a. Vérifier que le bénéfice journalier $B(q)$, exprimé en euros, est donné par la fonction B définie sur $[0 ; 12]$ par :

$$B(q) = -0{,}5q^3 + 6q^2 - 63.$$

b. Calculer $B'(q)$.
c. Étudier le signe de $B'(q)$, puis établir le tableau de variation de la fonction B sur l'intervalle $[0 ; 12]$.
d. En déduire le nombre de coques à vendre chaque jour pour réaliser le bénéfice maximal. Quel est ce bénéfice maximal ?

Les Fonctions Polynômes
TD n°2

Maximum ou minimum d'une fonction

70 f est la fonction définie sur l'intervalle $[-5 ; 7]$ par : $f(x) = 0{,}25x^4 - x^3 - 5x^2$.
1. Montrer que $f'(x) = x(x^2 - 3x - 10)$.
2. Calculer les racines du polynôme $x^2 - 3x - 10$.
3. Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[-5 ; 7]$.
4. Dresser le tableau de variation de f sur $[-5 ; 7]$.

71 Dans chaque cas, f est une fonction définie sur $\mathbb{R}$. Calculer $f'(x)$, puis étudier les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
1. f est telle que $f(x) = x^4 - 2x^3 + 1$.
2. f est telle que $f(x) = x^4 - 200x^2 + 100$.
3. f est telle que $f(x) = 0{,}5x^4 - x^3 - 2{,}5x^2 + 1$.

77 f est la fonction définie sur l'intervalle $[-2 ; 8]$ par : $f(x) = x^4 - 8x^3 - 14x^2 + 4$.
1. Calculer $f'(x)$.
2. a. Développer l'expression $(x+1)(x-7)$.
b. Montrer que $f'(x) = 4x(x+1)(x-7)$.
3. Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[-2 ; 8]$, puis dresser le tableau de variation de f sur $[-2 ; 8]$.
4. En déduire le minimum et le maximum de f sur $[-2 ; 8]$.

78 f est la fonction définie sur l'intervalle $[-5 ; 2]$ par : $f(x) = 0{,}25x^4 + x^3 - 2x^2 - 1$.
1. Calculer $f'(x)$, puis montrer que $f'(x) = x(x^2 + 3x - 4)$.
2. Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[-5 ; 2]$, puis dresser le tableau de variation de f sur $[-5 ; 2]$.
3. En déduire le minimum et le maximum de f sur $[-5 ; 2]$.

81 Chaque jour, une entreprise vend sur un site Internet q dizaines de coques de téléphones portables personnalisables (q étant compris entre 0 et 12).
Le coût total de la fabrication journalière de ces coques, en euros, est exprimé par : $f(q) = 0{,}5q^3 - 6q^2 + 25q + 63$.
La recette journalière totale, exprimée en euros, est donnée par $R(q) = 25q$.

1. Tracer, sur la calculatrice, la courbe représentative de f et la droite représentant R.
2. Par lectures graphiques, déterminer :
a. le sens de variation de la fonction f ;
b. le nombre minimal et le nombre maximal de coques à vendre pour que l'entreprise réalise des bénéfices.
3. a. Vérifier que le bénéfice journalier $B(q)$, exprimé en euros, est donné par la fonction B définie sur $[0 ; 12]$ par : $B(q) = -0{,}5q^3 + 6q^2 - 63$.
b. Calculer $B'(q)$.
c. Étudier le signe de $B'(q)$, puis établir le tableau de variation de la fonction B sur l'intervalle $[0 ; 12]$.
d. En déduire le nombre de coques à vendre chaque jour pour réaliser le bénéfice maximal. Quel est ce bénéfice maximal ?