Ex 1 : (*) - Analyse de fonctions solutions

On considère l'équation différentielle $(E): y''+2y'+y=0$

Vérifier si les fonctions suivantes sont solutions de (E) :

$f(x)=3xe^{-x}+1$; $g(x)=(2x-1)e^{-x}$; $h(x)=2e^{2x}(1-2x)$

Ex 2 : (**) - Résolution d'EDL2 homogènes

Résoudre les équations différentielles (sans 2nd membre) :

a) $(E_1): y''-5y'+6=0$ avec $y(0)=1$ et $y'(0)=-1$
b) $(E_2): 2y''+2y'-4=0$ avec $y(0)=-2$ et $y'(0)=1$
c) $(E_3): y''-6y'+9=0$ avec $y(0)=-1$ et $y'(0)=3$

Ex 3 : (**) - EDL2 avec 2nd membre constant

On considère l'équation différentielle $(E): y''-3y'+2y=4$

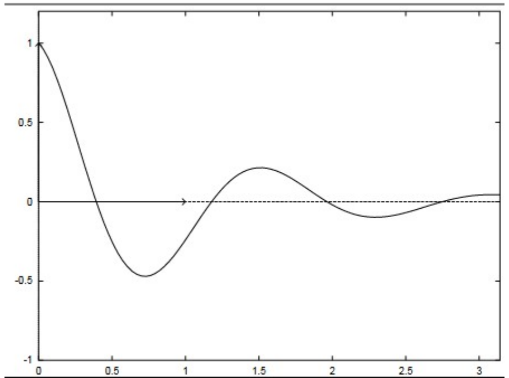
1) a) Résoudre l'équation différentielle homogène $y''-3y'+2y=0$
   b) Déterminer une solution particulière de (E)
   c) En déduire les solutions générales de (E)

2) a) Déterminer les solutions f de (E) vérifiant $f(0)=1, f'(0)=2$
   b) Étudier les variations de cette fonction f sur $\mathbb{R}$
   c) Calculer les limites de f en $-\infty$ puis en $+\infty$
   d) En déduire l'existence d'une droite asymptote (Δ)

Ex 4 : (**) - Étude d'un amortissement

On démontre en mécanique que l'équation du mouvement vertical d'un amortisseur de voiture de masse $m=800\,kg$ est : $(E): y''+2y'+17y=0$

1) Résoudre l'équation différentielle (E)
2) Déterminer les solutions f de (E) vérifiant $f(0)=1, f'(0)=-1$
3) Étudier les variations de cette fonction f sur $[0;\pi]$
   On donne la courbe (C_f)



4) On estime que l'amortissement est correct si $f(t)\leqslant 0,1$
   a) Déterminer le temps de travail "prinicpal" de cet amortisseur
   b) Déterminer le temps à partir duquel on peut considérer que l'amortisseur est "au repos"

T MC TD 3 – Les Équations différentielles (linéaires) Mai 2021

Ex 1 : (*) - Analyse de fonctions solutions

On considère l'équation différentielle $(E): y''+2y'+y=0$

Vérifier si les fonctions suivantes sont solutions de (E) :

$f(x)=3xe^{-x}+1$; $g(x)=(2x-1)e^{-x}$; $h(x)=2e^{2x}(1-2x)$

Ex 2 : (**) - Résolution d'EDL2 homogènes

Résoudre les équations différentielles (sans 2nd membre) :

a) $(E_1): y''-5y'+6=0$ avec $y(0)=1$ et $y'(0)=-1$
b) $(E_2): 2y''+2y'-4=0$ avec $y(0)=-2$ et $y'(0)=1$
c) $(E_3): y''-6y'+9=0$ avec $y(0)=-1$ et $y'(0)=3$

Ex 3 : (**) - EDL2 avec 2nd membre constant

On considère l'équation différentielle $(E): y''-3y'+2y=4$

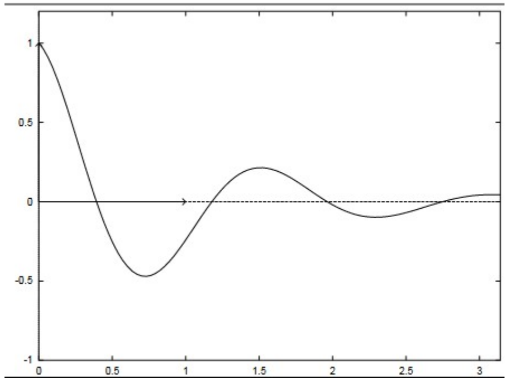
1) a) Résoudre l'équation différentielle homogène $y''-3y'+2y=0$
   b) Déterminer une solution particulière de (E)
   c) En déduire les solutions générales de (E)

2) a) Déterminer les solutions f de (E) vérifiant $f(0)=1, f'(0)=2$
   b) Étudier les variations de cette fonction f sur $\mathbb{R}$
   c) Calculer les limites de f en $-\infty$ puis en $+\infty$
   d) En déduire l'existence d'une droite asymptote (Δ)

Ex 4 : (**) - Étude d'un amortissement

On démontre en mécanique que l'équation du mouvement vertical d'un amortisseur de voiture de masse $m=800\,kg$ est : $(E): y''+2y'+17y=0$

1) Résoudre l'équation différentielle (E)
2) Déterminer les solutions f de (E) vérifiant $f(0)=1, f'(0)=-1$
3) Étudier les variations de cette fonction f sur $[0;\pi]$
   On donne la courbe (C_f)



4) On estime que l'amortissement est correct si $f(t)\leqslant 0,1$
   a) Déterminer le temps de travail "prinicpal" de cet amortisseur
   b) Déterminer le temps à partir duquel on peut considérer que l'amortisseur est "au repos"