Lois de probabilité à densité – Exercices

Loi normale $\mathcal{N}(0;1)$

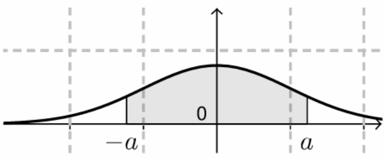
16 Calculer

a. $P(X<0)$ **b.** $P(X\leq 1)$
c. $P(X>-0{,}23)$ **d.** $P(X<-0{,}5)$
e. $P(X\leq 3{,}14)$ **f.** $P(X>1{,}45)$
g. $P(X\geq 8)$ **h.** $P(X<50)$

17 Déterminer le réel k tel que

a. $P(X<k)=0{,}2$ **b.** $P(X\leq k)=0{,}7$
c. $P(X\geq k)=0{,}95$ **d.** $P(-k\leq X\leq k)=0{,}95$

18 La courbe de la densité de la loi normale est représentée ci-contre. Déterminer le réel a sachant que l'aire colorée vaut 0,78.



19 Soit f la densité de X, On rappelle qu'elle est définie par $f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$.

1. Tracer f sur la calculatrice.
2. En utilisant la calculatrice calculer $\int_{-2}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x$ et $P(-2\leq X<3)$. Expliquer.
3. Calculer $\int_{-100}^{100} f(x)\,\mathrm{d}x$. Expliquer.
4. Calculer $\int_{-100}^{100} xf(x)\,\mathrm{d}x$. Expliquer.

Loi normale $\mathcal{N}(\mu;\sigma^2)$

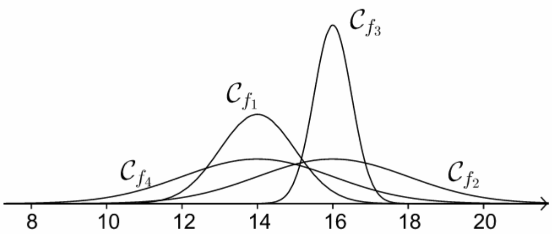
20 La variable aléatoire X suit la loi $\mathcal{N}(10;9)$. Calculer

a. $P(8<X\leq 11)$ **b.** $P(X\geq 10)$
c. $P(0\leq X\leq 20)$ **d.** $P(X\leq 13)$
e. $P(X<12)$ **f.** $P(X>13)$

21 Le délai de livraison d'une pièce, en jours, suit la loi normale $\mathcal{N}(20;25)$. Quelle est la probabilité pour le délai de livraison soit

1. compris entre 18 et 23 jours ?
2. supérieur à 30 jours ?
3. inférieur à 15 jours ?

22 On a représenté les densités f_1, f_2, f_3, f_4 de variables aléatoire suivant des lois normales.



Associer à chaque densité ses paramètres

a. $\mu=14$ et $\sigma=1$ **b.** $\mu=16$ et $\sigma=0{,}5$
c. $\mu=16$ et $\sigma=2$ **d.** $\mu=14$ et $\sigma=2$

27 À jeun, la glycémie, taux de sucre dans le sang exprimé en grammes par litre, suit la loi normale de paramètres $\mu=1{,}03$ et $\sigma=0{,}115$.

1. Préciser la probabilité d'avoir un taux de glycémie normal, c'est-à-dire compris entre 0,8 et 1,26 g.L^{-1}.
2. L'hyperglycémie correspond à une glycémie supérieure à 1,26 g.L^{-1}. Quelle est la probabilité d'en souffrir ?

28 Un producteur commercialise des kiwis pour la grande distribution si leur masse est comprise entre 85 et 95 grammes. On admet que la variable aléatoire qui à chaque kiwi associe sa masse suit une loi $\mathcal{N}(90;9)$.

1. Combien de fruits seront commercialisés en moyenne sur 10 000 kiwis ?
2. Déterminer le plus petit intervalle I centré autour de 90 tel que $P(X\in I)\geq 0{,}995$.

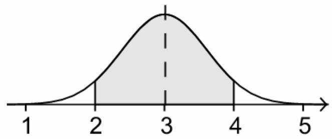
29 Une usine commercialise de la farine en sachets. La variable aléatoire X qui à chaque sachet choisi au hasard associe sa masse en gramme suit une loi normale $\mathcal{N}(1020;6{,}25)$.

1. Quelle est à 10^{-4} près la probabilité qu'un sachet pèse plus de 1050 grammes ?
2. Déterminer à l'unité près l'entier k tel que $P(X<k)=0{,}05$. En déduire le poids du sachet qui est tel que 5 % des sachets fabriqués soient plus légers que lui.
3. Quel est le poids du sachet qui est tel que 10 % des sachets fabriqués soient plus lourds que lui ?

30 Les scores en saut en hauteur X d'un groupe de 600 filles définissent une variable aléatoire suivant une loi normale $\mathcal{N}(115;100)$. Les scores Y d'un groupe de 800 garçons définissent une variable aléatoire suivant un loi normale $\mathcal{N}(130;225)$.

1. Estimer le nombre de filles dont le score est supérieur à la moyenne des garçons.
2. Estimer le nombre de garçons dont le score est inférieur à la moyenne des filles.

31 On a représenté ci-contre la densité d'une variable aléatoire de loi $\mathcal{N}(\mu;\sigma^2)$.
Déterminer μ et σ sachant que l'aire colorée vaut 0,9.



Théorème de Moivre-Laplace

32 On lance 180 fois un dé équilibré cubique et on note X le nombre d'apparition de la face 6. Calculer à 10^{-3} :

a. $P(15\leq X\leq 20)$ **b.** $P(X>40)$ **c.** $P(X\leq 20)$

33 Un générateur de nombre au hasard génère une succession de 100 chiffres de 0 à 9, les chiffres étant équiprobables. Soit X la variable aléatoire comptant le nombre d'apparition du 9.
Calculer $P(8<X\leq 11)$ à 10^{-3} près.