TD Trigonométrie - 2nde

Correction 1

1. I est le milieu de $[BC]$ et le triangle ABC est équilatéral. Sachant que :

   > *Dans un triangle équilatéral, la hauteur, la médiatrice, la médiane, la bissectrice issues d'un même sommet sont toutes confondues.*

   On en déduit que (AI) est la médiane, médiatrice, bissectrice, haueteur issue de A.

2.

	$\widehat{CIA}$	$\widehat{CAB}$	$\widehat{CAI}$	$\widehat{IAC}$
Mesure en degré	90	60	30	30

3. a. $CI = \dfrac{1}{2}x$

   b. Le triangle AIC est rectangle en I.
   D'après le théorème de Pythagore, on a :

$$\begin{aligned}
AC^2 &= AI^2 + IC^2\\
x^2 &= AI^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2\\
x^2 &= AI^2 + \frac{x^2}{4}\\
AI^2 &= x^2 - \frac{x^2}{4}\\
AI^2 &= \frac{3x^2}{4}\\
AI &= \sqrt{\frac{3x^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{4}x
\end{aligned}$$

   c. Voici quelques relations trigonométriques obtenues à partir du triangle AIC :

   - $\cos\widehat{CAI} = \dfrac{AI}{CA} = \dfrac{\frac{\sqrt{3}}{2}x}{x} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$
   - $\sin\widehat{CAI} = \dfrac{CI}{AC} = \dfrac{\frac{x}{2}}{x} = \dfrac{1}{2}$
   - $\cos\widehat{ICA} = \dfrac{IC}{AI} = \dfrac{\frac{x}{2}}{x} = \dfrac{1}{2}$
   - $\sin\widehat{ICA} = \dfrac{\frac{\sqrt{3}x}{2}}{x} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

α	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$\tan\alpha$
60^o	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\sqrt{3}$
30^o	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Correction 2

1.

	$\widehat{ACB}$	$\widehat{CAB}$
Mesure en degré	90	45

2. a. Le triangle ABC est rectangle en C.
   D'après le théorème de Pythagore, on a :

$$\begin{aligned}
AB^2 &= AC^2 + BC^2\\
AB^2 &= x^2 + x^2\\
AB^2 &= 2{\cdot}x^2\\
AB &= \sqrt{2{\cdot}x^2}\\
AB &= \sqrt{2}{\cdot}x
\end{aligned}$$

   b.
   - $\cos\widehat{CAB} = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{x}{\sqrt{2}{\cdot}x} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$
   - $\sin\widehat{CAB} = \dfrac{BC}{AB} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$
   - $\tan\widehat{CAB} = \dfrac{BC}{AC} = \dfrac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 1$

   c.

α	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$\tan\alpha$
45^o	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1

Correction 3

1. Puisque le point M_x a été obtenu par projeté orthogonal de M sur (OI), l'angle $\widehat{OM_xM}$ est un angle droit : le triangle OMM_x est un triangle rectangle en M_x.

2. Dans le triangle OMM_x rectangle en M_x, on a :

   a. $\cos\alpha = \dfrac{OM_x}{OM} = \dfrac{OM_x}{1} = OM_x$

   b. $\sin\alpha = \dfrac{MM_x}{OM} = MM_x$.
   En utilisant, le fait que OM_xMM_y est un rectangle *(projeté orthogonal dans un repère orthogonal)*.

3. Dans le triangle ONI rectangle en I, on a la relation trigonométrique suivante :
$$\tan\widehat{OIN} = \frac{IN}{OI} = \frac{IN}{1} = IN$$

4. Nous venons de voir que dans le cercle trigonométrique, le point M est repéré, relativement à l'axe des abscisses par un angle de α.
   Les longueurs OM_x, OM_y et ON_y représentent respectivement $\cos\alpha$, $\sin\alpha$, $\tan\alpha$.

5. Dans le triangle rectangle OM_xM, on a, d'après le théorème de Pythagore :

$$\begin{aligned}
{OM_x}^2 + {MM_x}^2 &= OM^2\\
{OM_x}^2 + {OM_y}^2 &= 1\\
\big(\cos\alpha\big)^2 + \big(\sin\alpha\big)^2 &= 1
\end{aligned}$$

Correction 4

Le fichier n'existe pas

Correction 5

Le fichier n'existe pas

Correction 6

Le fichier n'existe pas