

Trigonométrie dans le cercle

Le radian

EXERCICE 1

Convertir en radians les mesures données en degrés :

$$10^\circ ; 59^\circ ; 180^\circ ; 18^\circ ; 72^\circ ; 112,5^\circ$$

EXERCICE 2

Convertir en degré les mesures données en radians :

$$\frac{\pi}{3} ; \frac{2\pi}{3} ; \pi ; \frac{5\pi}{4} ; \frac{3\pi}{8} ; \frac{5\pi}{12} ; \frac{3\pi}{2}$$

Cercle trigonométrique

EXERCICE 3

Tracer un cercle trigonométrique puis placer les points images des angles en radians suivants :

a) π	b) $\frac{\pi}{4}$	c) $\frac{3\pi}{2}$	d) $\frac{\pi}{6}$
e) $-\frac{\pi}{3}$	f) $-\frac{3\pi}{4}$	g) $\frac{5\pi}{6}$	h) $-\frac{3\pi}{2}$

Mesure principale

EXERCICE 4

Trouver la mesure principale des angles suivants puis les représenter sur le cercle trigonométrique.

$$\text{a) } \frac{7\pi}{3} \quad \text{b) } -5\pi \quad \text{c) } \frac{3\pi}{2} \quad \text{d) } \frac{13\pi}{4} \quad \text{e) } -\frac{7\pi}{6} \quad \text{f) } \frac{14\pi}{3} \quad \text{g) } 210^\circ \quad \text{h) } -330^\circ$$

Formules élémentaires

EXERCICE 5

À l'aide de la formule $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ et de $1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$,

- déterminer $\cos x$ sachant que $\sin x = \frac{2}{3}$ et $x \in [0; \frac{\pi}{2}]$
- déterminer $\sin x$ sachant que $\cos x = -\frac{1}{5}$ et $x \in [-\pi; 0]$
- déterminer $\cos x$ et $\tan x$ sachant que $\sin x = \frac{\sqrt{5}}{3}$ et $x \in [\frac{\pi}{2}; \pi]$

EXERCICE 6

Démontrer que pour tout réel x on a :

- a) $(\cos x + \sin x)^2 + (\cos x - \sin x)^2 = 2$
 b) $(\cos x + \sin x)^2 - (\cos x - \sin x)^2 = 4 \cos x \sin x$

Relations entre deux angles**EXERCICE 7**

On donne $\cos \frac{\pi}{5} = \frac{1 + \sqrt{5}}{4}$

- a) Calculer la valeur exacte de $\sin \frac{\pi}{5}$
 b) En déduire les valeurs exactes du sinus et du cosinus des réels $\frac{4\pi}{5}$ et $\frac{9\pi}{5}$

EXERCICE 8

Exprimer à l'aide de $\sin x$ et $\cos x$, les expressions suivantes :

- a) $\sin(-x) + \cos(-x)$
 b) $\sin(-x) - \sin(\pi + x)$
 c) $\cos(\pi - x) + \cos(3\pi + x)$
 d) $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - 3 \cos\left(-\frac{\pi}{2} - x\right) - 4 \sin(\pi - x)$

EXERCICE 9

On sait que $\cos \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$

- a) Calculer $\sin \frac{\pi}{12}$
 b) À l'aide d'un cercle trigonométrique, en déduire $\cos \frac{11\pi}{12}$ et $\sin \frac{11\pi}{12}$

Lignes trigonométrique**EXERCICE 10**

Sans utiliser une calculatrice, donner la valeur exacte des nombres suivants (on pourra utiliser éventuellement un cercle trigonométrique)

- a) $\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ b) $\cos \frac{5\pi}{6}$ c) $\tan \frac{3\pi}{4}$ d) $\sin \frac{2\pi}{3}$
 e) $\cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right)$ f) $\cos \frac{19\pi}{3}$ g) $\sin \frac{7\pi}{4}$ h) $\tan \frac{25\pi}{6}$

Équations et inéquations trigonométriques**EXERCICE 11**

À l'aide d'un cercle trigonométrique, résoudre dans $] -\pi ; \pi]$ les équations suivantes :

a) $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

b) $\sin x = 0$

c) $2 \sin x + \sqrt{3} = 0$

EXERCICE 12

À l'aide d'un cercle trigonométrique, résoudre dans $] -\pi ; \pi]$ les inéquations suivantes :

a) $\cos x \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$

b) $\sin x < -\frac{1}{2}$

c) $2 \cos x - \sqrt{2} \leq 0$

Vrai-faux**EXERCICE 13**

Dans chaque cas, dire si l'affirmation est vraie ou fausse. Si elle est fausse, donner un contre-exemple et si elle est vraie justifier-la sur le cercle trigonométrique :

a) Si $x \in [0 ; \pi]$, alors $\sin x \geq 0$

b) Si $x \in \left[\frac{3\pi}{2} ; \frac{5\pi}{2} \right]$, alors $\cos x \geq 0$

c) Si $a \geq b$, alors $\sin a \geq \sin b$

d) Si $a \geq b$, alors $\cos a \geq \cos b$