## Correction 1

a. De la première équation, on déduit la valeur de l'inconnue $x$ en fonction de l'inconnue $y$ :

$$x - 3y = 8$$
$$x = 3y + 8$$

En substituant dans la seconde équation, l'inconnue $x$ par son expression en fonction de $y$, on obtient :

$$\begin{aligned} 4x + y &= -7 \\ 4(3y+8) + y &= -7 \\ 12y + 32 + y &= -7 \\ 13y &= -7 - 32 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} 13y &= -39 \\ y &= \frac{-39}{13} \\ y &= -3 \end{aligned}$$

En utilisant la valeur de $y$ dans l'expression de l'inconnue $x$, on a :

$$x = 3y + 8 = 3\times(-3) + 8 = -9 + 8 = -1$$

On en déduit que le couple $(-1\,;-3)$ est solution du système $(S)$.

b. Le système $(S)$ : $\left\{\begin{array}{rcrcl} 2x &+& 3y &=& 10 \\ 5x &+& 10y &=& 20 \end{array}\right.$

est équivalent au système : $(S)$ : $\left\{\begin{array}{rcrcl} 10x &+& 15y &=& 50 \\ 10x &+& 20y &=& 40 \end{array}\right.$

Par soustraction de la première équation par la seconde équation, on obtient l'équation :

$$\begin{aligned} 15y - 20y &= 50 - 40 \\ -5y &= 10 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} y &= \frac{10}{-5} \\ y &= -2 \end{aligned}$$

En utilisant la valeur de $y$ dans la première équation, on obtient :

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 10 \\ 2x + 3\times(-2) &= 10 \\ 2x - 6 &= 10 \\ 2x &= 10 + 6 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} 2x &= 16 \\ x &= \frac{16}{2} \\ x &= 8 \end{aligned}$$

Ainsi, le système $(S)$ admet le couple $(8\,;-2)$ pour solution.

## Correction 2

1. a. Le vecteur $\overrightarrow{AC}$ a pour coordonnées :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AC}(x_C - x_A\,;y_C - y_A) &= (3-(-2)\,;-4-1) \\ &= (3+2\,;-5) = (5\,;-5) \end{aligned}$$

Le vecteur $\overrightarrow{AC}$ étant un vecteur directeur de la droite $(AC)$, on obtient l'expression de l'équation cartésienne de la droite $(AC)$ :

$-5{\cdot}x - 5{\cdot}x + c = 0$ où $c\in\mathbb{R}$.

Le point $A$ étant un point de la droite $(AC)$, on en déduit que les coordonnées du point $A$ vérifient l'équation cartésienne de cette droite :

$$\begin{aligned} -5{\cdot}x_A - 5{\cdot}y_A + c &= 0 \\ -5\times(-2) - 5\times 1 + c &= 0 \\ 10 - 5 + c &= 0 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} 5 + c &= 0 \\ c &= -5 \end{aligned}$$

La droite $(AC)$ admet pour équation cartésienne :

$-5{\cdot}x - 5{\cdot}y - 5 = 0$

b. Le vecteur $\overrightarrow{BD}$ a pour coordonnées :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{DB}(x_B - x_D\,;y_B - y_D) &= (4-(-2)\,;3-(-2)) \\ &= (4+2\,;3+2) = (6\,;5) \end{aligned}$$

Le vecteur $\overrightarrow{BD}$ étant un vecteur directeur de la droite $(BD)$, l'équation cartésienne de la droite $(BD)$ a pour expression :

$5{\cdot}x - 6{\cdot}y + c = 0$ où $c\in\mathbb{R}$.

Le point $D$ étant un point de la droite $(BD)$, on en déduit que les coordonnées du point $D$ vérifient l'équation cartésienne de cette droite :

$$\begin{aligned} 5{\cdot}x_D - 6{\cdot}y_D + c &= 0 \\ 5\times(-2) - 6\times(-2) + c &= 0 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} -10 + 12 + c &= 0 \\ 2 + c &= 0 \\ c &= -2 \end{aligned}$$

La droite $(BD)$ admet pour équation cartésienne :

$5{\cdot}x - 6{\cdot}y - 2 = 0$

2. Le point d'intersection des diagonales du quadrilatère $ABCD$ est l'intersection des droites $(AC)$ et $(BD)$. Les coordonnées de ce point doit vérifier les équations cartésiennes des deux droites. Ainsi, les coordonnées de ce point doivent vérifier le système d'équations suivant :

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcl} -5{\cdot}x &-& 5{\cdot}y &-& 5 &=& 0 \\ 5{\cdot}x &-& 6{\cdot}y &-& 2 &=& 0 \end{array}\right.$$

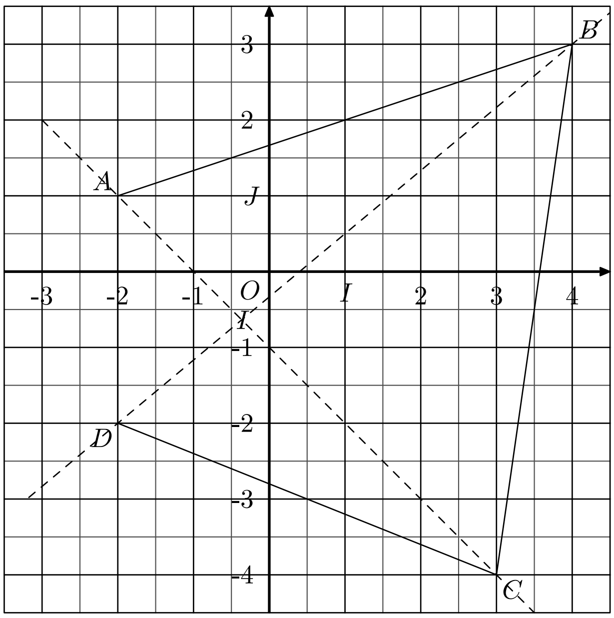
En additionnant les deux équations membres à membre, on obtient l'équation :

$$\begin{aligned} -5{\cdot}y - 6{\cdot}y - 5 - 2 &= 0 \\ -11{\cdot}y - 7 &= 0 \\ 11{\cdot}y &= 7 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} y &= \frac{7}{-11} \\ y &= -\frac{7}{11} \end{aligned}$$

De la valeur de $y$ dans la première équation, on en déduit :

$$\begin{aligned} -5{\cdot}x - 5\times\Big(-\frac{7}{11}\Big) - 5 &= 0 \\ -5{\cdot}x + \frac{35}{11} - \frac{55}{11} &= 0 \\ -5{\cdot}x - \frac{20}{11} &= 0 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} -5{\cdot}x &= \frac{20}{11} \\ x &= \frac{\frac{20}{11}}{-5} \\ x &= -\frac{4}{11} \end{aligned}$$

On en déduit que le point d'intersection des diagonales a pour coordonnées $\Big(-\dfrac{4}{11}\,;-\dfrac{7}{11}\Big)$




## Correction 3

1. La droite $(AB)$ admet le vecteur $\overrightarrow{AB}$ comme vecteur directeur dont les coordonnées ont pour valeurs :

$$\overrightarrow{AB}(x_B - x_A\,;y_B - y_A) = (2-(-3)\,;0-(-1)) = (5\,;1)$$

Ainsi, on en déduit que l'équation cartésienne de la

droite $(AB)$ admet pour expression :
$x-5y+c=0 \quad$ où $c\in\mathbb{R}$

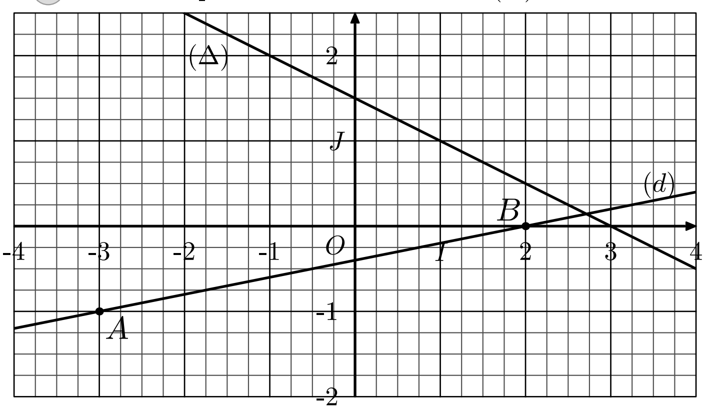
Le point $B$ appartenant à la droite $(AB)$, ses coordonnées doivent vérifier l'équation cartésienne de la droite $(AB)$ :

$$\begin{aligned} x_B-5{\cdot}y_B+c&=0\\ 2-5\times0+c&=0\\ 2+c&=0\\ c&=-2\end{aligned}$$

Ainsi, la droite $(AB)$ admet pour équation cartésienne :
$x-5y-2=0$

2. a. Le point $C$ de coordonnées $(1\,;1)$ appartient à la droite $(\Delta)$ car ses coordonnées vérifient l'équation cartésienne de la droite $(\Delta)$ :
$x_C+2y_C-3=1+2\times1-3=1+2-3=0$
L'équation cartésienne de la droite $(\Delta)$ permet directement d'obtenir les coordonnées d'un vecteur $\overrightarrow{u}$ directeur :
$\overrightarrow{u}\,(-2\,;1)$

b. Voici la représentation de la droite $(\Delta)$ :




3. Notons $M(x\,;y)$ le point d'intersection des droites $(d)$ et $(\Delta)$. Ainsi, ses coordonnées doivent vérifiées le système d'équations suivantes :

$$\begin{cases} x-5y-2=0\\ x+2y-3=0\end{cases}$$

Par soustraction, membre à membre, de ces deux équations, on obtient l'équation :

$$\begin{aligned}\big(x-5y-2\big)-\big(x+2y-3\big)&=0-0\\ x-5y-2-x-2y+3&=0\\ -7y+1&=0\end{aligned}\qquad\begin{aligned}-7y&=-1\\ y&=\frac{-1}{-7}\\ y&=\frac{1}{7}\end{aligned}$$

Utilisons la valeur de $y$ dans la première équation :

$$\begin{aligned}x-5{\cdot}y-2&=0\\ x-5\times\frac{1}{7}-2&=0\\ x-\frac{5}{7}-2&=0\end{aligned}\qquad\begin{aligned}x-\frac{19}{7}&=0\\ x&=\frac{19}{7}\end{aligned}$$

Ainsi, le point d'intersection $M$ a pour coordonnées :
$M\Big(\dfrac{19}{7}\,;\dfrac{1}{7}\Big)$

## Correction 4

1. Cette équation cartésienne ne correspond pas à la droite $(d)$ car les coordonnées du point $B$ ne vérifient pas cette équation :

$$\begin{aligned}2x_B+2y_B-1&=2\times\frac{3}{2}+2\times1-1\\ &=3+2-1='\neq\ 0\end{aligned}$$

Même si les coordonnées du point $A$ vérifient cette équation :

$$\begin{aligned}2x_A+2y_A-1&=2\times(-2{,}5)+2\times3-1\\ &=-5+6-1=0\end{aligned}$$

2. Cette équation ne représente pas non plus la droite $(d)$ car les coordonnées du point $A$ ne vérifient pas cette équation :

$$\begin{aligned}-4x_A-3y_A+9&=-4\times(-2{,}5)-3\times3+9\\ &=10-9+9=10\end{aligned}$$

Remarque : cette équation cartésienne représente une droite qui passe par le point $B$ *(vérifiez-vous même)*

3. La droite $(d)$ a pour équation cartésienne celle-ci, car les coordonnées des deux points vérifient cette équation :

- $2x_A+4y_A-7=2\times(-2{,}5)+4\times3-7$
  $=-5+12-7=0$
- $2x_B+4y_B-7=2\times\dfrac{3}{2}+4\times1-7$
  $=3+4-7=0$