Correction 1

1. a. On a les transformations algébriques suivantes :

$$2{\cdot}\big(x-3\big)\big(x-1\big)=\big(2{\cdot}x-6\big)\big(x-1\big)$$
$$=2{\cdot}x^2-2{\cdot}x-6{\cdot}x+6=2{\cdot}x^2-8{\cdot}x+6=f(x)$$

b. Utilisons la forme factorisée :

$$f(x)=0$$
$$2{\cdot}\big(x-3\big)\big(x-1\big)=0$$

Un produit est nul si, et seulement si, au moins un de ses facteurs est nul :

$2=0$	$x-3=0$	$x-1=0$
Impossible	$x=3$	$x=1$

L'ensemble des solutions est : $\mathcal{S}=\{1\,;3\}$

c. De la forme factorisée, on en déduit le tableau de signes de la fonction f :

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$2{\cdot}(x-3)$		$-$		$-$	0	$+$	
$x-1$		$-$	0	$+$		$+$	
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

L'ensemble des solutions de cette équation est : $\mathcal{S}=\big[1\,;3\big]$.

2. a. • $f(x)+2=\big(2{\cdot}x^2-8{\cdot}x+6\big)+2=2{\cdot}x^2-8{\cdot}x+8$

• $2\big(x-2\big)^2=2\big(x^2-4{\cdot}x+4\big)=2{\cdot}x^2-8{\cdot}x+8$

On en déduit l'identité : $f(x)+2=2\big(x-2\big)^2$

b. Le carré d'un nombre étant toujours positif ou nul, pour tout nombre réel x, on a :

$$\big(x-2\big)^2\geqslant 0$$
$$2{\cdot}\big(x-2\big)^2\geqslant 0$$

D'après la question précédente :

$$f(x)+2\geqslant 0$$
$$f(x)\geqslant -2$$

Correction 2

a. $x^2+2x-3=\big[(x+1)^2-1\big]-3=(x+1)^2-4$

b. $x^2-6x-2=\big[(x-3)^2-9\big]-2=(x-3)^2-11$

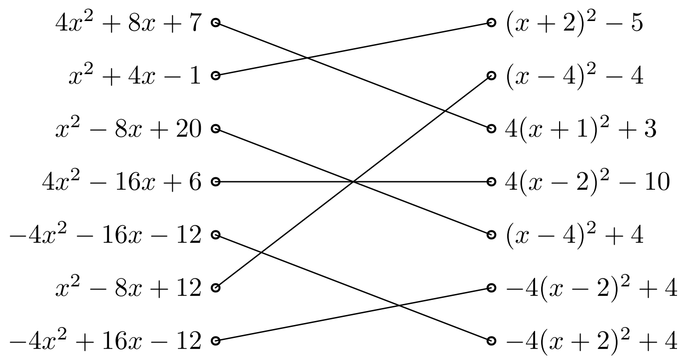
c. $x^2+12x+5=\big[(x+6)^2-36\big]+5=(x+6)^2-31$

d. $x^2-10x+5=\big[(x-5)^2-25\big]+5=(x-5)^2-20$

e. $x^2+4x=(x+2)^2-4$

f. $x^2-14x+9=\big[(x-7)^2-49\big]+9=(x-7)^2-40$

Correction 3



Correction 4

Une video est accessible

a. Le discriminant du polynôme du second degré $3x^2-5x+6$ est :

$$\Delta=b^2-4ac=(-5)^2-4{\times}3{\times}6=25-72=-47<0$$

Le discriminant étant négatif, cette équation n'admet aucune solution :

$$S=\varnothing$$

b. Déterminons le discriminant du trinôme $3x^2-24x+48$ est :

$$\Delta=b^2-4ac=24^2-4{\times}3{\times}48=0$$

Le discriminant de ce polynôme du second degré étant nul, cette équation admet une unique solution :

$$x_0=-\frac{b}{2a}=-\frac{-24}{6}=4$$

L'ensemble des solutions de l'équation est : $S=\{4\}$

c. On a les transformations algébriques :

$$x(x-2)(x+1)=(x-2)(-7-3x)$$
$$x(x-2)(x+1)-(x-2)(-7-3x)=0$$
$$(x-2)\big[x(x+1)-(-7-3x)\big]=0$$
$$(x-2)\big(x^2+x+7+3x\big)=0$$
$$(x-2)\big(x^2+4x+7\big)=0$$

Cherchons les racines du second facteur ; le discriminant de x^2+4x+7 a pour valeur :

$$\Delta=b^2-4ac=4^2-4{\times}1{\times}7=16-28=-12<0$$

Ce discriminant est négatif : ce polynôme n'admet aucune racine.

Pour que le produit $(x-2)\big(x^2+4x+7\big)$ s'annule, il est nécessaire qu'un de ses facteurs s'annule ; seul le premier facteur peut s'annuler pour $x=2$.

L'ensemble des solutions est : $S=\{2\}$

Correction 5

a. Le polynôme $2x^2-3x-9$ admet pour discriminant :

$$\Delta=b^2-4{\cdot}a{\cdot}c=(-3)^2-4{\times}2{\times}(-9)=9+72=81$$

On a la simplification suivante : $\sqrt{\Delta}=\sqrt{81}=9$

Le discriminant étant strictement positif, ce polynôme admet les deux racines suivantes :

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2{\cdot}a} = \frac{-(-3)-9}{2\times2} = \frac{-6}{4} = -\frac{3}{2}$$

$$x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2{\cdot}a} = \frac{-(-3)+9}{2\times2} = \frac{12}{4} = 3$$

b. Le polynôme $5x^2-8x+5$ admet pour discriminant :
$\Delta = b^2-4{\cdot}a{\cdot}c = (-8)^2-4\times5\times5 = 64-100 = -36$

Le discriminant de ce polynôme étant strictement négatif, il n'eadmet aucune racine.

c. Le polynôme $2x^2-8x+8$ admet pour discriminant :
$\Delta = b^2-4{\cdot}a{\cdot}c = (-8)^2-4\times2\times8 = 64-64 = 0$

Le discriminant étant nul, ce polynôme admet une unique racine dont la valeur est :
$x_1 = -\frac{b}{2{\cdot}a} = -\frac{-8}{2\times2} = 2$

