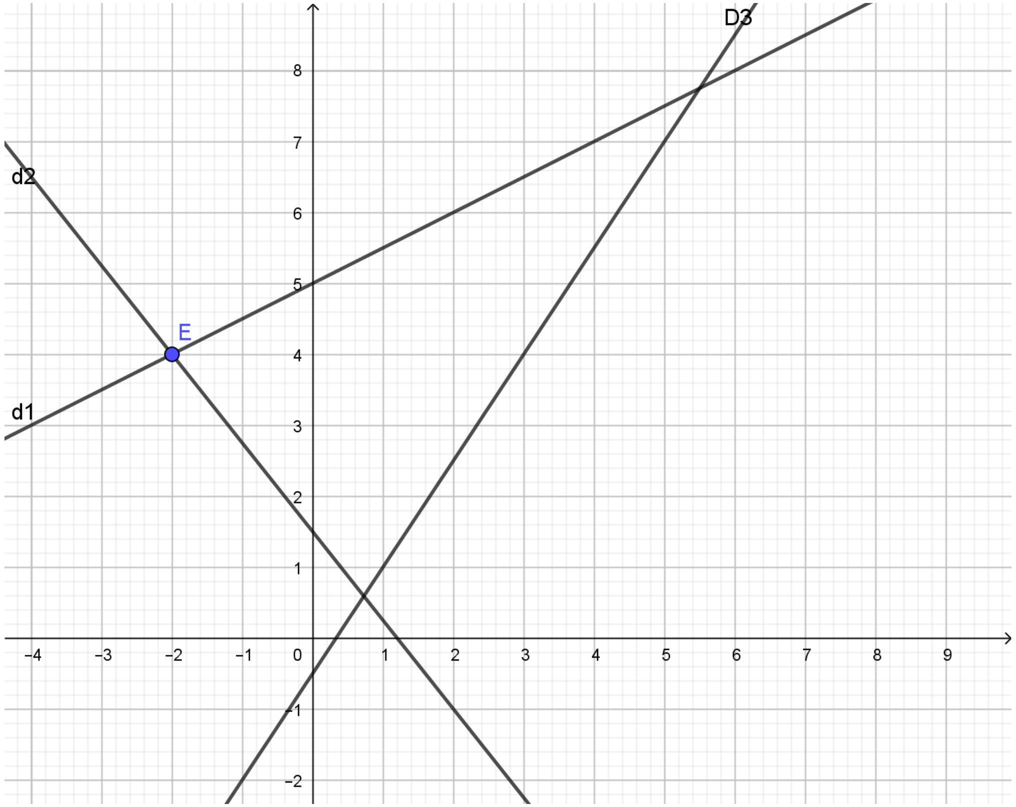
1ère B **DL n°3 - Les droites concourantes** **Nov 2021**

Les droites (d_1) et (d_2) ont respectivement comme équation cartésienne

(d_1) : $-x+2y-10=0$ et (d_2) : $5x+4y-6=0$

La droite (Δ_m) a pour équation cartésienne : $2mx-(m+1)y-2=0$

1) Construire les droites (d_1) , (d_2) et (Δ_3) dans le même repère



2) a) Justifier que les droites (d_1) et (d_2) sont sécantes

les droites (d_1) et (d_2) sont sécantes car leurs vecteurs normaux $\vec{n}_1\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}$ et $\vec{n}_2\begin{pmatrix}5\\4\end{pmatrix}$ ne sont pas colinéaires donc $(d_1)\cap(d_2)=\{E\}$

b) Déterminer le point intersection E des droites (d_1) et (d_2)

on résout le système $\begin{cases}-x+2y=10\\5x+4y=6\end{cases}$ donc $\begin{cases}-5x+10y=50\\5x+4y=6\end{cases}$

donc $\begin{cases}-x+2y=10\\14y=56\end{cases}$ donc $\begin{cases}-x+8=10\\y=4\end{cases}$ donc $\begin{cases}x=-2\\y=4\end{cases}$ et $E(-2;4)$

3) a) Existe-t-il une valeur de m telle que (Δ_m) soit verticale ?

(Δ_m) est verticale si le coefficient de y est nul donc $m+1=0$ donc $m=-1$

b) Existe-t-il une valeur de m telle que (Δ_m) soit horizontale ?

(Δ_m) est verticale si le coefficient de x est nul donc $2m=0$ donc $m=0$

4) a) Existe-t-il une valeur de m telle que $(\Delta_m)//(d_1)$?

$(\Delta_m)//(d_1)$ donc $ab'-a'b=0$ donc $(-1)(-m-1)-2(2m)=0$

donc $m+1-4m=0$ donc $m=\frac{1}{3}$

b) Existe-t-il une valeur de m telle que $(\Delta_m)\perp(d_1)$?

$(\Delta_m)\perp(d_1)$ donc $aa'+bb'=0$ donc $(-1)(2m)+2(-m-1)=0$

donc $-2m-2m-2=0$ donc $m=-0{,}5$

5) a) Existe-t-il une valeur de m telle que $(\Delta_m)//(d_2)$?

$(\Delta_m)//(d_2)$ donc $ab'-a'b=0$ donc $5(-m-1)-4(2m)=0$

donc $-5m-5-8m=0$ donc $m=\frac{-5}{13}$

b) Existe-t-il une valeur de m telle que $(\Delta_m)\perp(d_2)$?

$(\Delta_m)\perp(d_2)$ donc $aa'+bb'=0$ donc $5(2m)+4(-m-1)=0$

donc $10m-4m-4=0$ donc $m=\frac{2}{3}$

6) Déterminer m pour que les droites $(d_1),(d_2),(\Delta_m)$ soient concourantes ?

les droites $(d_1),(d_2),(\Delta_m)$ sont concourantes si $E(-2;4)\in(\Delta_m)$

donc $2\text{m}\times(-2)-(m+1)\times4-2=0$ donc $-4m-4m-4-2=0$

donc $8m=-6$ donc $m=-0{,}75$

7) Montrer que toutes les droites (Δ_m) passent toutes par un point fixe K

$M(x;y)\in(\Delta_m)$ si $2mx-(m+1)y-2=0$

donc $2mx-my-y-2=0$ donc $m(2x-y)-(y+2)=0$

cette égalité reste vraie pour tout $m\in\mathbb{R}$ si on a $\begin{cases}2x-y=0\\y+2=0\end{cases}$

donc $\begin{cases}2x-y=0\\y=-2\end{cases}$ donc $\begin{cases}x=-1\\y=-2\end{cases}$

ainsi $\forall m\in\mathbb{R}, K(-1;-2)\in(\Delta_m)$

Ainsi toutes les droites (Δ_m) passent toutes par le point fixe $K(-1;-2)$