***Ex 1*** **: (*) - 3 pts**

On donne les droites suivantes dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$

$(d_1): y=\frac{-3}{4}x+\frac{1}{4}$ , $(d_2): -x+4y-6=0$ , $(d_3): 2x+4=0$ , $(d_4): y=3$

1) Construire dans un même repère ces 4 droites

$A(-1;1), B(3;-2)\in(d_1)$ ; $C(-6;0), D(2;2)\in(d_2)$ ,
$E(-2;0), F(-2;2)\in(d_3)$ ; $G(0;3), H(4;3)\in(d_4)$

2) Pour chaque droite donner un vecteur directeur et un vecteur normal

- $\vec{u}_1\begin{pmatrix}4\\-3\end{pmatrix}$ est directeur de $(d_1)$ et $\vec{n}_1\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$ est normal à $(d_1)$
- $\vec{u}_1\begin{pmatrix}4\\1\end{pmatrix}$ est directeur de $(d_2)$ et $\vec{n}_1\begin{pmatrix}-1\\4\end{pmatrix}$ est normal à $(d_2)$
- $\vec{j}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ est directeur de $(d_3)$ et $\vec{i}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$ est normal à $(d_3)$
- $\vec{i}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$ est directeur de $(d_4)$ et $\vec{j}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ est normal à $(d_4)$

***Ex 2*** **: (*) - 2 pts**

On donne les points $A(1;-4)$ et $B(-2;2)$ dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$ ; Déterminer une équation cartésienne de la droite $(AB)$

un vecteur directeur de $(d)$ est $\vec{u}=\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-3\\6\end{pmatrix}$ ou encore $\vec{v}\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}$

Soit $M(x;y)\in(d)$ alors $det(\overrightarrow{AM},\vec{v})=0$

donc on déduit que $\begin{vmatrix}x-1 & -1\\ y+4 & 2\end{vmatrix}=0$ donc $2(x-1)-(-1)(y+4)=0$

donc on obtient $(d): 2x+y+2=0$

***Ex 3*** **: (*) - 3 pts**

Soit la droite $(d)$ passant par le point $B(-5;2)$ et de vecteur normal $\vec{n}\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}$ dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) Donner les coordonnées d'un vecteur directeur $\vec{u}$ de la droite $(d)$

   un vecteur directeur de $(d)$ est $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$

2) En déduire une équation cartésienne de $(d)$

   Soit $M(x;y)\in(d)$ alors $det(\overrightarrow{BM},\vec{u})=0$

   donc on déduit que $\begin{vmatrix}x+5 & 3\\ y-2 & 2\end{vmatrix}=0$ donc $2(x+5)-3(y-2)=0$

   donc on obtient $(d): 2x-3y+16=0$

***Ex 4*** **: (**) - 3 pts**

On donne les droites suivantes dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$

$(d): x+2y-7=0$ et $(d'): -5x+6y+7=0$

1) Justifier que les droites $(d)$ et $(d')$ sont sécantes

   un vecteur directeur de $(d)$ est $\vec{u}\begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix}$

   un vecteur directeur de $(d')$ est $\vec{v}\begin{pmatrix}6\\5\end{pmatrix}$

   ainsi $det(\vec{u},\vec{v})=(-2)\times5-6\times1=-16\neq0$

   donc $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires
   donc $(d)$ et $(d')$ sont sécantes

2) Déterminer les coordonnées du point d'intersection $E$ des droites $(d)$ et $(d')$ par la méthode de votre choix

   $M(x;y)\in(d)\cap(d')$ donc $\begin{cases}x+2y=7\\-5x+6y=-7\end{cases}$ donc $\begin{cases}5x+10y=35\\-5x+6y=-7\end{cases}$

   par addition des 2 équations on obtient : $16y=28$ donc $y=1{,}75$

   de même $\begin{cases}x+2y=7\\-5x+6y=-7\end{cases}$ donc $\begin{cases}-3x-6y=-21\\-5x+6y=-7\end{cases}$

   par addition des 2 équations on obtient : $-8x=-28$ donc $x=3{,}5$
   en conclusion $S=\{E(3{,}5\ ;1{,}75)\}$

***Ex 5*** **: (**) - 4 pts**

Soit les lieux géométriques suivants dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$

$(E_1): x^2+y^2-6x+2y+6=0$ , $(E_2): x^2+y^2+8x+7=0$

$(E_3): x^2+y^2+2x-4y+8=0$ , $(E_4): x^2+y^2-4x+4y+8=0$

1) Déterminer l'écriture canonique de chaque lieu géométrique

   $(E_1): x^2+y^2-6x+2y+6=0$ donc $(E_1): (x^2-6x)+(y^2+2y)=-6$

   donc $(E_1): (x-3)^2-9+(y+1)^2-1=-6$

   donc $(E_1): (x-3)^2+(y+1)^2=4$

$(E_2) : x^2+y^2+8x+7=0$ donc $(E_2) : (x^2+8x)+(y^2)=-7$

donc $(E_2) : (x+4)^2-16+(y-0)^2=-7$

donc $(E_2) : (x+4)^2+(y-0)^2=9$

$(E_3) : x^2+y^2+2x-4y+8=0$ donc $(E_3) : (x^2+2x)+(y^2-4y)=-8$

donc $(E_3) : (x+1)^2-1+(y-2)^2-4=-8$ donc $(E_3) : (x+1)^2+(y-2)^2=-3$

$(E_4) : x^2+y^2-4x+4y+8=0$ donc $(E_4) : (x^2-4x)+(y^2+4y)=-8$

donc $(E_4) : (x+2)^2-4+(y-0)^2=-8$ donc $(E_4) : (x-2)^2+(y+2)^2=0$

2) En déduire la nature de ces lieux en indiquer les éléments caractéristiques

$(E_1) : (x-3)^2+(y+1)^2=4$ donc $(E_1)$ est le cercle de centre $A(3\,;-1)$ et de rayon $r=2$

$(E_2) : (x+4)^2+(y-0)^2=9$ donc $(E_2)$ est le cercle de centre $B(-4\,;0)$ et de rayon $r=3$

$(E_3) : (x+1)^2+(y-2)^2=-3$ donc $(E_3)$ est l'ensemble vide

$(E_4) : (x-2)^2+(y+2)^2=0$ donc $(E_4)$ est le point $C(2\,;-2)$

***Ex 6* : (***) - 3 pts – BONUS**

Soit la droite $(d) : -x+2y+2=0$ et le cercle $(C) : (x-3)^2+(y+2)^2=10$

Déterminer les coordonnées des points d'intersections de $(d)$ et $(C)$

$$M(x\,;y)\in(d)\cap(C) \text{ donc } \begin{cases} -x+2y+2=0 \\ (x-3)^2+(y+2)^2=10 \end{cases}$$

$$\text{donc } \begin{cases} y=0{,}5x-1 \\ (x-3)^2+(y+2)^2=10 \end{cases}$$

par substitution de la 1ère équation dans la 2nde on obtient :

$(x-3)^2+(0{,}5x-1+2)^2=10$

donc $(x-3)^2+(0{,}5x+1)^2=10$

donc $x^2-6x+9+0{,}25x^2+x+1=10$

donc $1{,}25x^2-5x=0$

donc $x^2-4x=0$

donc $x=0$ ou $x=4$

en remplaçant ces 2 valeurs dans la 1ère équation on obtient :

$y=0{,}5\times0-1=-1$ ou $y=0{,}5\times4-1=1$

en conclusion : $S=\{A(0\,;-1)\,;B(4\,;1)\}$

***Ex 7*: (***) - 3 pts – BONUS**

Soit $(C_1)$ le cercle de centre $A(0\,;-1{,}5)$ et passant par $B(-2\,;1)$

Soit $(C_2)$ le cercle de centre $C(3{,}25\,;-3)$ et passant par $D(7\,;0)$

la tangente $(T_1)$ a pour équation : $4x-5y+13=0$ (laissé au lecteur...)

la tangente $(T_2)$ a pour équation : $5x+4y-35=0$ (laissé au lecteur...)

ainsi on vérifie la propriété de perpendicularité : $4\times5+(-5)\times4=0$

donc on déduit que $(T_1)\perp(T_2)$