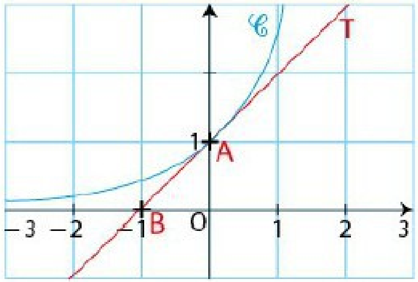
1ère B — **Fiche Méthodes – La Dérivation** — **Déc 2021**

Comment lire un nombre dérivé ?

Soit f la fonction représentée ci-contre



$f'(0)$ est le coefficient-directeur de la tangente à C_f au point $A(0;1)$

donc $f'(0)=\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\dfrac{+1}{+1}=1$

ou bien $f'(0)=\dfrac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\dfrac{0-1}{-1-0}=1$

--> cf ex corrigé n°4 p 97

Comment calculer un nombre dérivé (méthode analytique) ?

Soit $f(x)=2x^2-3x+4$ avec $x\in\mathbb{R}$; on souhaite calculer $f'(1)$?

par définition : $f'(1)=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(1+h)-f(1)}{h}$

on calcule d'abord le taux d'accroissement de f en 1 :

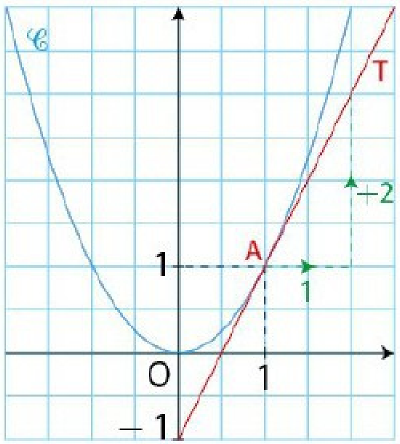
$$\tau=\frac{f(1+h)-f(1)}{h}=\frac{2(1+h)^2-3(1+h)+4-(-1)}{h}$$

$$=\frac{2(1+2h+h^2)-3-3h+5}{h}=\frac{2+4h+2h^2-3h+2}{h}=\frac{2h^2+h}{h}=2h+1$$

puis on calcule $f'(1)=\lim\limits_{h\to 0}(2h+1)=2\times 0+1=1$

--> cf ex corrigé n°3 p 97

Comment déterminer l'équation d'une tangente ?



Soit f la fonction représentée ci-contre

On souhaite déterminer l'équation de la tangente (T) à C_f au point $A(1;1)$

Méthode 1 : on applique la formule de la tangente $(T_1): y=f'(1)(x-1)+f(1)$

$f(1)=1$ et $f'(1)=2$ (lectures)

donc on obtient $(T_1): y=2(x-1)+1$ soit $(T_1): y=2x-1$

Méthode 2 : on applique la méthode avec 2 points (cf Ch 3)

(T) passe par les points $A(1;1)$ et $B(0;-1)$ avec $(T): y=mx+p$

donc $m=2$ et $p=-1$ (lectures) donc $(T): y=2x-1$

--> cf ex corrigé n°7 p 98

Comment calculer une fonction dérivée d'un polynôme, d'un produit ?

Ex : $f(x)=-5x^3+7x^2+4x-3$ et $g(x)=(2x^2+x)(-4x+3)$

$f'(x)=-5\times 3x^2+7\times 2x+4\times 1-0=-15x^2+14x+4$

on applique les formules de dérivées simples avec $(x^n)'=nx^{n-1}$

$g'(x)=(4x+1)(-4x+3)+(2x^2+x)(-4)$

$=-16x^2+12x-4x+3-8x^2-4x$

$=-24x^2+4x+3$

on utilise la formule du produit : $(u\times v)'=u'\times v+u\times v'$

--> cf ex corrigé n°11 p 99

Comment calculer une fonction dérivée d'un inverse, d'un quotient ?

Ex : $f(x)=\dfrac{4}{2x^3-8x}$ et $g(x)=\dfrac{2x^2-5}{-x^2+4}$

$f'(x)=\dfrac{-4\times(6x^2-8)}{(2x^3-8x)^2}=\dfrac{-24x^2+32}{(2x^3-8x)^2}$

on utilise la formule de l'inverse : $\left(\dfrac{1}{v}\right)'=\dfrac{-v'}{v^2}$

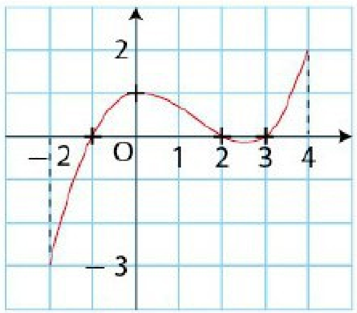
$g'(x)=\dfrac{(4x)(4-x^2)-(-2x)(2x^2-5)}{(4-x^2)^2}=\dfrac{(2x)(8-2x^2+2x^2-5)}{(4-x^2)^2}=\dfrac{6x}{(4-x^2)^2}$

on utilise la formule du produit : $\left(\dfrac{u}{v}\right)'=\dfrac{u'\times v-u\times v'}{v^2}$

--> cf ex corrigé n°12 p 99

Comment lire le sens de variations avec la dérivée ?

Soit f' la <u>dérivée</u> représentée ci-contre



on lit le signe de f' :

- f' est négative sur $[-2;-1]$ et sur $[2;3]$
- f' est positive sur $[-1;2]$ et sur $[3;4]$

on déduit les variations de f :

- f est décroissante sur $[-2;-1]$ et sur $[2;3]$
- f est croissante sur $[-1;2]$ et sur $[3;4]$

--> *cf ex corrigé n°3 p 121*

Comment étudier le signe de la dérivée et en déduire les variations de *f* ?

Soit f la fonction définie par $f(x)=x^3-6x^2+2$ avec $x\in[-2;7]$

on calcule la dérivée : $f'(x)=3x^2-12x$

on factorise la dérivée : $f'(x)=(3x)(x-4)$

on calcule les racines de f' :

$f'(x)=0$ donne $(3x)(x-4)=0$

donc $3x=0$ ou $x-4=0$ donc $x=0$ ou $x=4$

on étudie le signe de $f'(x)$ (éventuellement avec une calculatrice) et on dresse le tableau de variations (complet) de f :

x	-2		0		4		7
signe de f'		+	0	−	0	+	
f	-30	↗	2	↘	-30	↗	51

Vérifier ensuite ce tableau de variations sur le grahique C_f

--> *cf ex corrigé n°4 p 121 & n°8 p 122*

Comment déterminer les extrema locaux de *f* ?

Soit f la fonction définie par $f(x)=x^3-4{,}5x^2+6x$, $x\in[-2;4]$

on calcule la dérivée : $f'(x)=3x^2-9x+6$

on factorise la dérivée : $f'(x)=3(x^2-3x+2)=3(x-1)(x-2)$

on calcule les racines de f' :

$f'(x)=0$ donne $(x-1)(x-2)=0$ donc $x=1$ ou $x=2$

on étudie le signe de $f'(x)$ (éventuellement avec une calculatrice) et on dresse le tableau de variations (complet) de f :

x	-2		1		2		4
signe de f'		+	0	−	0	+	
f	-38	↗	2,5	↘	2	↗	16

On interprète le tableau de variations :

- la dérivée f' s'annule en $x=1$ tout en passant de + à −
- la dérivée f' s'annule en $x=2$ tout en passant de − à +

on conclut sur les extrema de f :

- la fonction f admet un maximum en $x=1$ et $f(1)=2{,}5$
- la fonction f admet un minimum local en $x=2$ et $f(2)=2$

on vérifie sur la courbe C_f (en annotant les tangentes horizontales)