1) Comment construire une droite ?

Avec une équation réduite :

soit $(d): y=\frac{2}{3}x-\frac{1}{3}$ une droite

- programmer cette équation dans la calculatrice (Menu TABLE)
- afficher la table de valeurs (régler le SET entre -10 et 10)
- choisir 2 points de cette table
  - par exemple $A(-1;-1), B(2;1)\in(d)$

Avec une équation cartésienne :

soit $(d'): -2x+5y-6=0$

- on choisit une valeur de x et on calcule y
  - par exemple si $x=-3$ alors on obtient $y=0$
  - donc $A(-3;0)\in(d')$
- on choisit une valeur de y et on calcule x
  - par exemple si $y=2$ alors $x=2$
  - donc $B(2;2)\in(d')$

2) Comment déterminer un vecteur directeur d'une droite ?

Avec une équation réduite :

soit $(d): y=\frac{2}{3}x-\frac{1}{3}$ une droite

- déterminer 2 points de cette droite
  - par exemple $A(-1;-1), B(2;1)\in(d)$
- $\vec{u}=\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$ est directeur de (d)

Avec une équation cartésienne :

soit $(d'): -2x+5y-6=0$

- utiliser la formule du COURS : $\vec{u}\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}$
- $\vec{u}\begin{pmatrix}-5\\-2\end{pmatrix}$ est directeur de (d') ou bien $\vec{v}\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$

3) Comment déterminer un vecteur normal à une droite ?

Avec une équation réduite :

soit $(d): y=\frac{2}{3}x-\frac{1}{3}$ une droite

- déterminer 2 points de cette droite
  - par exemple $A(-1;-1), B(2;1)\in(d)$
- $\vec{u}=\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$ est directeur de (d)
- alors $\vec{n}\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}$ est normal à (d)

Avec une équation cartésienne :

soit $(d'): -2x+5y-6=0$

- utiliser la formule du COURS : $\vec{n}\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$
- $\vec{n}\begin{pmatrix}-2\\5\end{pmatrix}$ est normal à (d')

4) Comment déterminer l'équation cartésienne d'une droite ?

Avec 2 points :

soit $A(-2;3)\in(d)$ et $B(1;-1)\in(d)$

- déterminer un vecteur directeur de (d) : $\vec{u}=\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}3\\-4\end{pmatrix}$
- si $M(x;y)\in(d)$ alors $det(\overrightarrow{AM},\vec{u})=0$
- utiliser la formule du déterminant : $\begin{vmatrix}x+2 & 3\\ y-3 & -4\end{vmatrix}=0$
- déduire l'équation cartésienne de $(d): -4x-3y+1=0$

Avec 1 point et 1 vecteur directeur :

soit $A(5;-1)\in(d)$ et $\vec{u}\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}$ directeur de (d)

- si $M(x;y)\in(d)$ alors $det(\overrightarrow{AM},\vec{u})=0$
- utiliser la formule du déterminant : $\begin{vmatrix}x-5 & -2\\ y+1 & 3\end{vmatrix}=0$
- déduire l'équation cartésienne de $(d): 3x+2y-13=0$

Avec 1 point et 1 vecteur normal :

soit $A(4;1)\in(d)$ et $\vec{n}\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$ normal à (d)

- déterminer un vecteur directeur de (d) : $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$
- si $M(x;y)\in(d)$ alors $det(\overrightarrow{AM},\vec{u})=0$
- utiliser la formule du déterminant : $\begin{vmatrix}x-4 & 1\\ y-1 & 2\end{vmatrix}=0$
- déduire l'équation cartésienne de $(d):2x-y-7=0$

5) Comment déterminer le point d'intersection de 2 droites ?

Avec la méthode de substitution :

soit les 2 droites $(d):2x-y+3=0$ et $(d'):-3x+2y-1=0$

- on détermine les équations réduites des 2 droites
  - $(d):y=2x+3$ et $(d'):y=1{,}5x+0{,}5$
- on obtient le système $\begin{cases}y=2x+3\\ y=1{,}5x+0{,}5\end{cases}$
- déduire la valeur de x : $\begin{cases}2x+3=1{,}5x+0{,}5\\ y=1{,}5x+0{,}5\end{cases}$ donc $\begin{cases}x=-5\\ y=1{,}5x+0{,}5\end{cases}$
- déduire la valeur de y : $\begin{cases}x=-5\\ y=1{,}5\times(-5)+0{,}5\end{cases}$ donc $\begin{cases}x=-5\\ y=-7\end{cases}$
- conclure : $(d)\cap(d')=\{E(-5;-7)\}$

Avec la méthode de combinaisons linéaires :

soit les 2 droites $(d):2x-y+3=0$ et $(d'):-3x+2y-1=0$

- on obtient le système $\begin{cases}2x-y+3=0\\ -3x+2y-1=0\end{cases}$ soit $\begin{cases}2x-y=-3\\ -3x+2y=1\end{cases}$
- éliminer le coefficient de x : $\begin{cases}6x-3y=-9\,(L_1)\times 3\\ -6x+4y=2\,(L_2)\times 2\end{cases}$
- en déduire une équation en y avec $(L_1)+(L_2)$: $y=-7$
- éliminer le coefficient de x : $\begin{cases}4x-2y=-6\,(L_1)\times 2\\ -3x+2y=1\,(L_2)\end{cases}$
- en déduire une équation en x avec $(L_1)+(L_2)$: $x=-5$
- conlure : $(d)\cap(d')=\{E(-5;-7)\}$

6) Comment étudier la position relative de 2 droites ?

Avec 1 droite verticale :

- reconnaitre son équation réduite $(d):x=-2$
  - l'équation est du type $x=k$
- reconnaitre son équation cartésienne $(d'):2x-5=0$
  - le coefficient de y est nul

Avec 1 droite horizontale :

- reconnaitre son équation réduite $(d):y=3$
  - l'équation est du type $y=k$
- reconnaitre son équation cartésienne $(d'):-3y+1=0$
  - le coefficient de x est nul

Avec 2 droites parallèles :

soit $(d):2x-y+1=0$ et $(d'):-4x+2y-5=0$

- reconnaitre les coefficients de x et y : $a=2, b=-1$ et $a'=-4, b'=2$
- vérifier que $ab'-a'b=0$

Avec 2 droites perpendiculaires :

soit $(d):2x-y-3=0$ et $(d'):x+2y+7=0$

- reconnaitre les coefficients de x et y : $a=2, b=-1$ et $a'=1, b'=2$
- vérifier que $aa'+bb'=0$

7) Comment déterminer l'équation réduite d'un cercle ?

Avec le centre et la rayon :

soit (C) le cercle de centre $A(-2;5)$ et de rayon $r=3$

- écrire la formule du COURS : $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=r^2$
- déduire l'équation réduite de (C) : $(x+2)^2+(y-5)^2=9$

Avec le centre et 1 point du cercle :

soit (C) le cercle de centre $A(-2;5)$ et passant par $B(1;1)$

- calculer le rayon du cercle : $r=AB=\sqrt{(1-(-2))^2+(1-5)^2}=5$
- écrire la formule du COURS : $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=r^2$
- déduire l'équation réduite de (C) : $(x+2)^2+(y-5)^2=25$

Avec 2 points diamétralement opposés :

soit (C) le cercle de diamètre $[AB]$ avec $A(-2;4)$ et $B(0;2)$

- déterminer le centre du cercle : K milieu de $[AB]$, $K(-1;3)$
- calculer le rayon du cercle : $r=KA=\sqrt{(-2-(-1))^2+(4-3)^2}=\sqrt{2}$
- écrire la formule du COURS : $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=r^2$
- déduire l'équation réduite de (C) : $(x+1)^2+(y-3)^2=2$

Avec l'équation cartésienne :

soit $(C): x^2+y^2+4x-10y+11=0$

- organiser les données : $(x^2+4x)+(y^2-10y)=-11$
- canoniser l'expression en x : $x^2+4x=(x+2)^2-4$
- canoniser l'expression en y : $y^2-10y=(y-5)^2-25$
- déduire l'équation réduite de (C) : $(x+2)^2-4+(y-5)^2-25=-11$
- soit $(C):(x+2)^2+(y-5)^2=18$
- on déduit le centre $K(-2;5)$ et le rayon $r=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$

8) Comment déterminer la position relative d'une droite et d'un cercle ?

Avec 1 droite sécante à 1 cercle :

soit $(C): x^2+y^2-2x-4y=0$ et $(d): -x+2y-6=0$

- écrire l'équation réduite du cercle : $(x-1)^2+(y-2)^2=5$
- on obtient le système $\begin{cases}(x-1)^2+(y-2)^2=5\\ -x+2y-6=0\end{cases}$
- écrire l'équation réduite de la droite $\begin{cases}(x-1)^2+(y-2)^2=5\\ y=0{,}5x+3\end{cases}$
- déduire l'équation du 2nd degré : $(x-1)^2+(0{,}5x+3-2)^2=5$
- résoudre l'équation obtenue : $1{,}25x^2-x-3=0$
- on obtient : $x=2$ ou $x=-1{,}2$
- on déduit les valeurs de y : $y=0{,}5\times2+3=4$ ou $y=0{,}5\times(-1{,}2)+3=2{,}4$
- on déduit les points d'intersection : $S=\{A(2;4); B(-1{,}2;2{,}4)\}$

Avec 1 droite tangente à 1 cercle :

soit $(C): x^2+y^2-2x-4y-5=0$ et $(d): 3x-y-11=0$

- écrire l'équation réduite du cercle : $(x-1)^2+(y-2)^2=10$
- on obtient le système $\begin{cases}(x-1)^2+(y-2)^2=10\\ 3x-y-11=0\end{cases}$
- écrire l'équation réduite de la droite $\begin{cases}(x-1)^2+(y-2)^2=10\\ y=3x-11\end{cases}$
- déduire l'équation du 2nd degré : $(x-1)^2+(3x-11-2)^2=10$
- résoudre l'équation obtenue : $10x^2-80x+160=0$
- on obtient : $x=4$
- on déduit la valeur de y : $y=3\times4-11=1$
- on déduit le point d'intersection : $S=\{A(4;1)\}$

Avec 1 droite extérieure à 1 cercle :

soit $(C): x^2+y^2+2x-4y-1=0$ et $(d): x+y-6=0$

- écrire l'équation réduite du cercle : $(x-1)^2+(y-2)^2=10$
- on obtient le système $\begin{cases}(x+1)^2+(y-2)^2=10\\ x+y-6=0\end{cases}$
- écrire l'équation réduite de la droite $\begin{cases}(x+1)^2+(y-2)^2=10\\ y=-x+6\end{cases}$
- déduire l'équation du 2nd degré : $(x+1)^2+(-x+6-2)^2=10$
- résoudre l'équation obtenue : $2x^2-6x+7=0$
- on obtient : $\Delta<0$ donc aucune solution en x
- on déduit le point d'intersection : $S=\emptyset$