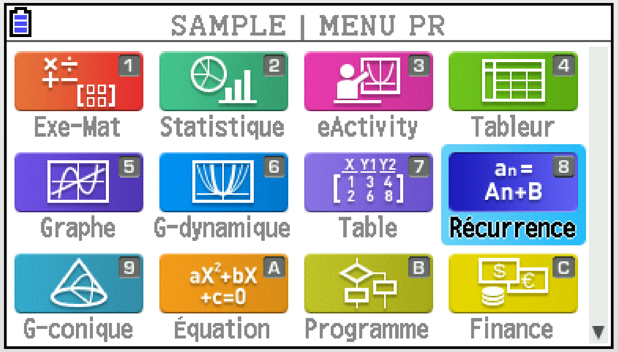
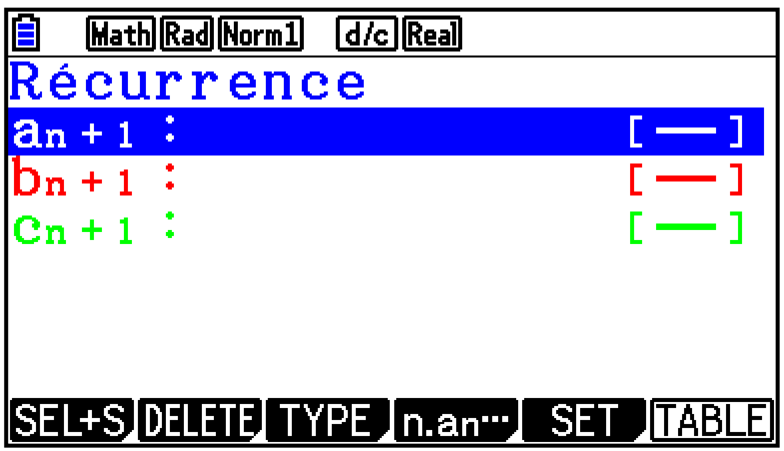
CASIO

Suites



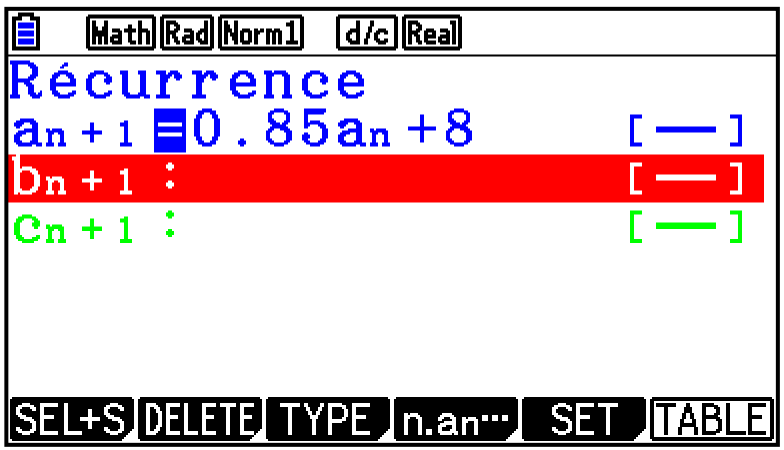
ENONCE:

Eloïse lance son activité de diététicienne. Après avoir fait une étude de marché elle table sur 8 nouveaux patients chaque mois. De plus en moyenne 15/100 des patients terminent chaque mois leur série de consultation. Si l'étude de marché se révèle exacte, à long terme, combien de patients peut-elle s'attendre à suivre chaque mois ?

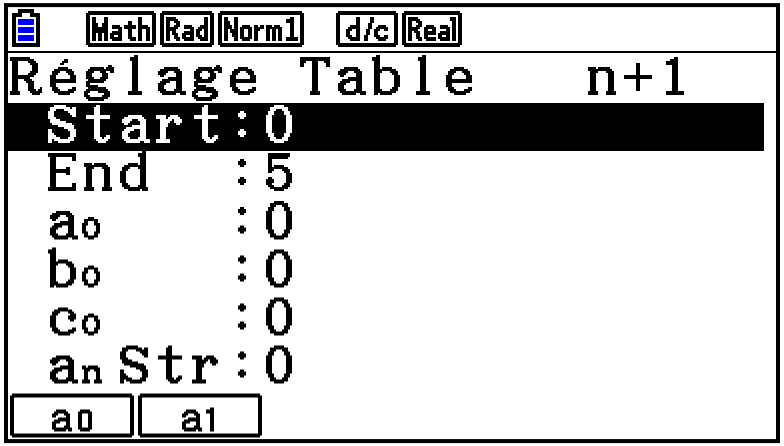


Dans le menu récurrence, par défaut la formule est de la forme a_{n+1} en fonction de a_n.
On peut aussi mettre sous forme explicite ou récurrence double dans le menu TYPE.

On note an le nombre de patients suivis lors du n-ième mois.
$a_{n+1} = 0{,}85a_n + 8$ et $a_0 = 0$ (puisqu'elle débute son activité).



Pour a_n: F2 .



Avant d'aller dans le tableau de valeurs, menu SET : F5 .

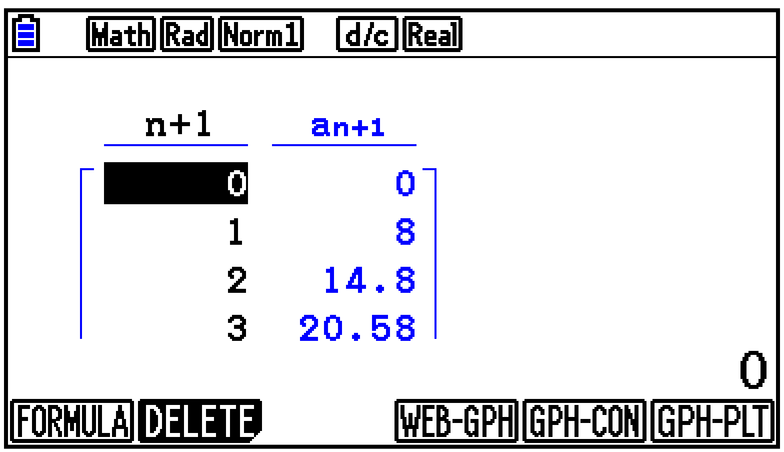
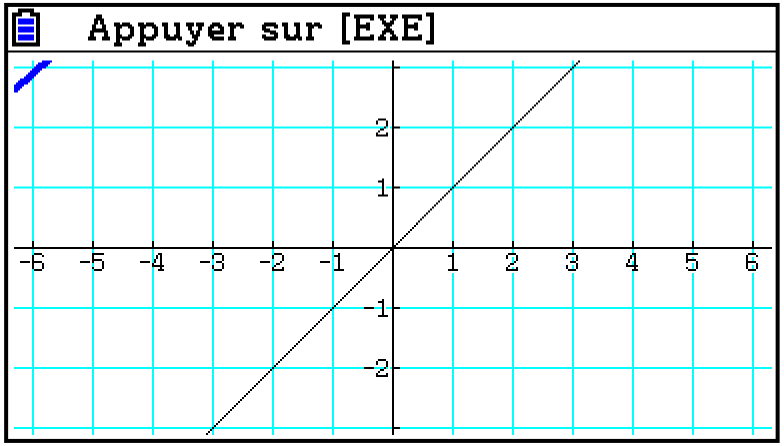
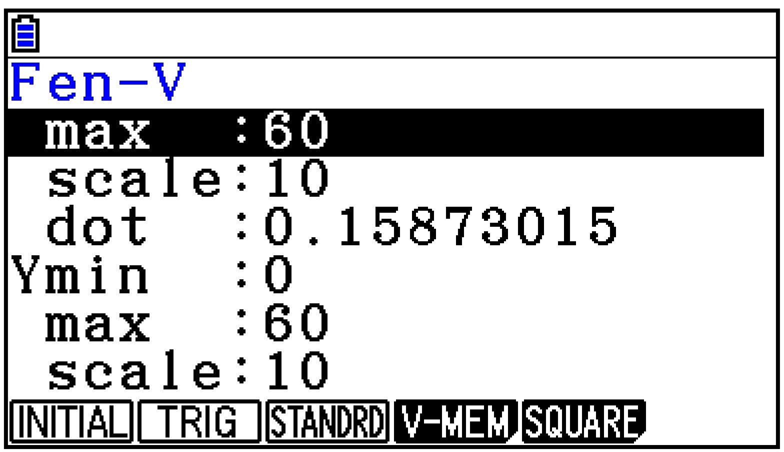


Tableau de valeurs : EXIT puis F6 .

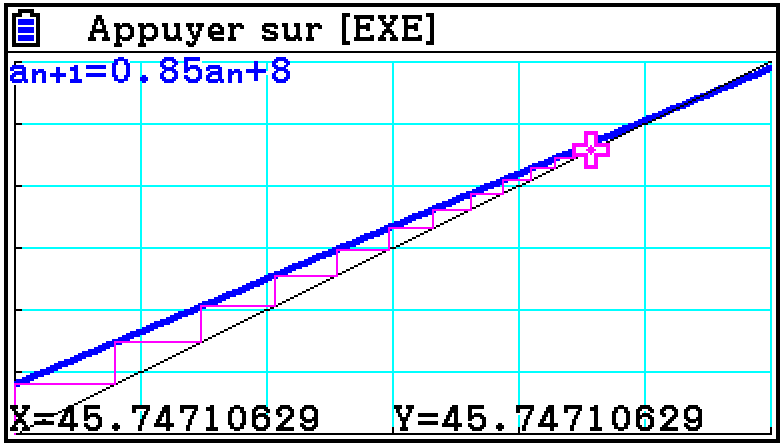


Représentation graphique : F4 (WEB-GPH)

Sont représentées les droites d'équation y=x et y=0,85x+8



Modification de la fenêtre graphique : SHIFT puis F3.



Pour passer au terme suivant : EXE .

A long terme, Eloïse peut conjecturer que le nombre de ses patients tendra vers 53.

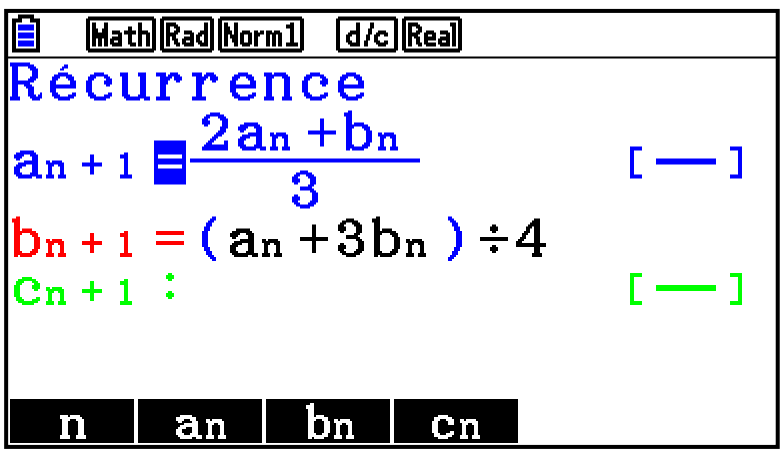
On considère les suites (a_n) et (b_n) définies par

$a_{n+1} = \frac{2a_n + b_n}{3}$; $b_{n+1} = \frac{a_n + 3b_n}{4}$ $\forall n \in \mathbb{N}$. $a_0 = 2$ et $b_0 = 10$.

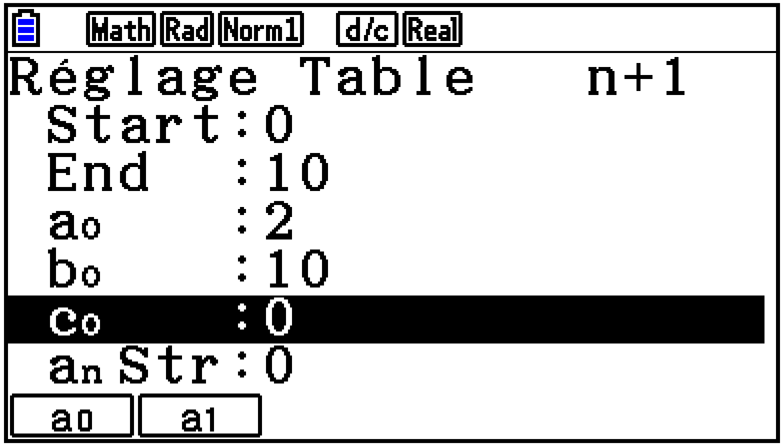
Déterminer les valeurs exactes des trois termes suivants des deux suites.

En étudiant aussi $c_{n+1} = 3a_n + 4b_n$ et $8\left(\frac{5}{12}\right)^n$ conjecturer le comportement des deux suites (a_n) et (b_n).

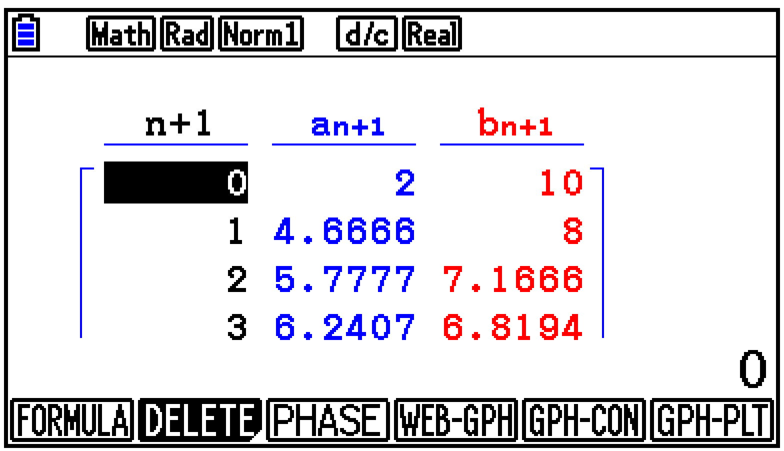
(Source : sujet baccalauréat S Nouvelle Calédonie 2013)



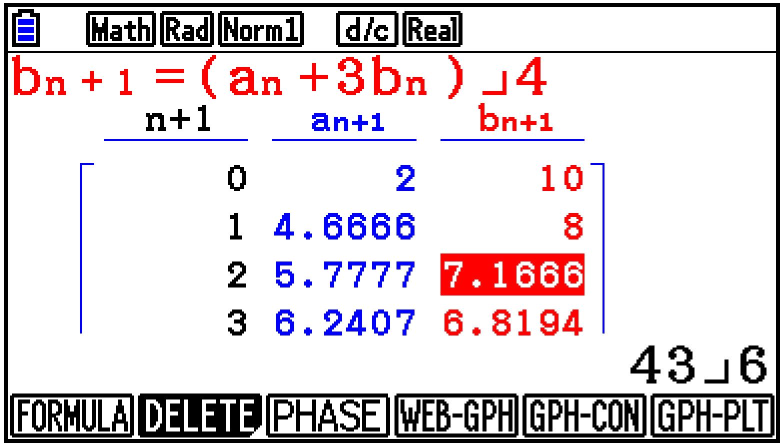
On entre les relations de récurrence des deux suites.



Reste à rentrer les valeurs des premiers termes, dans le menu SET : F5 .

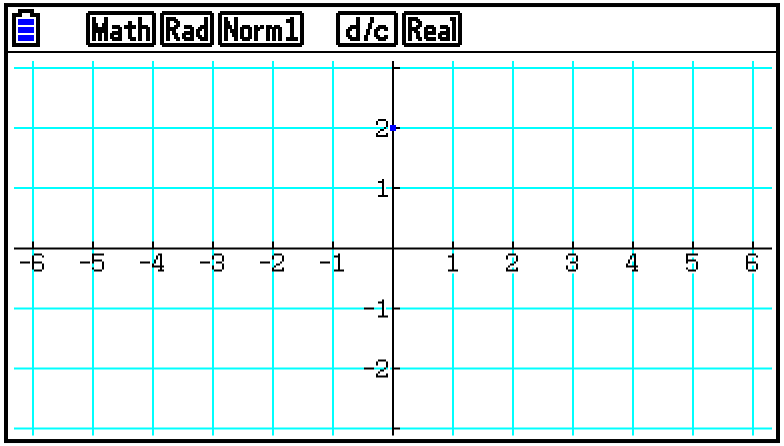


On va ensuite dans le tableau de valeurs: EXIT puis F6 .

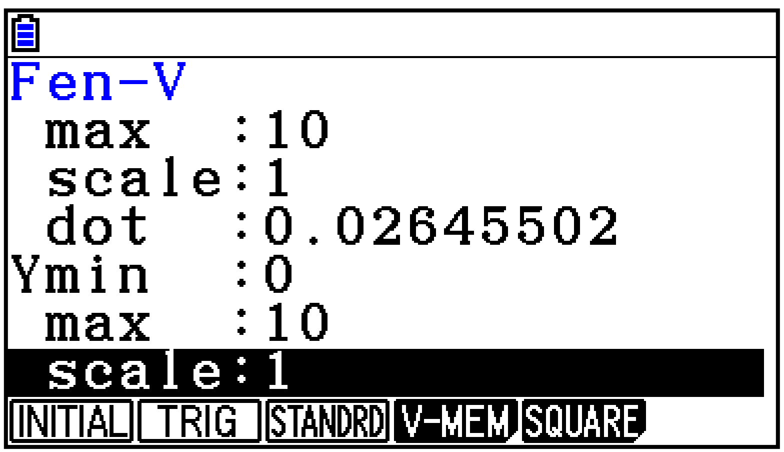


En mettant en surbrillance chacun des termes on obtient la valeur exacte.

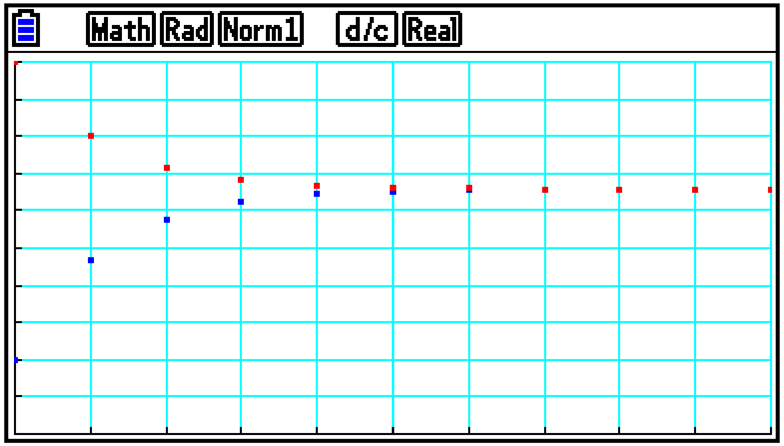
	a_n	b_n
1	14/3	8
2	52/9	43/6
3	337/54	491/72



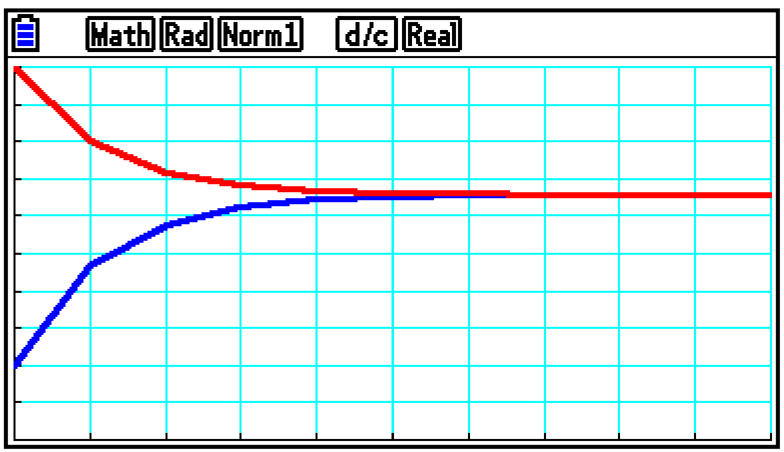
Pour visualiser le comportement des 2 suites, on les représente graphiquement : F6 .



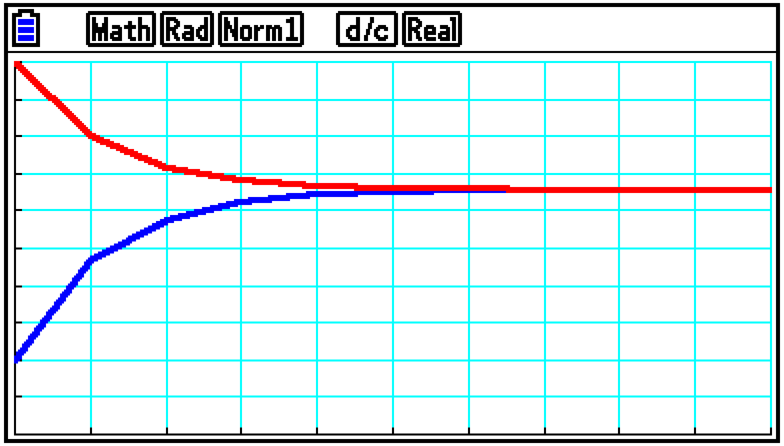
Modification de la fenêtre graphique : SHIFT puis F3 .



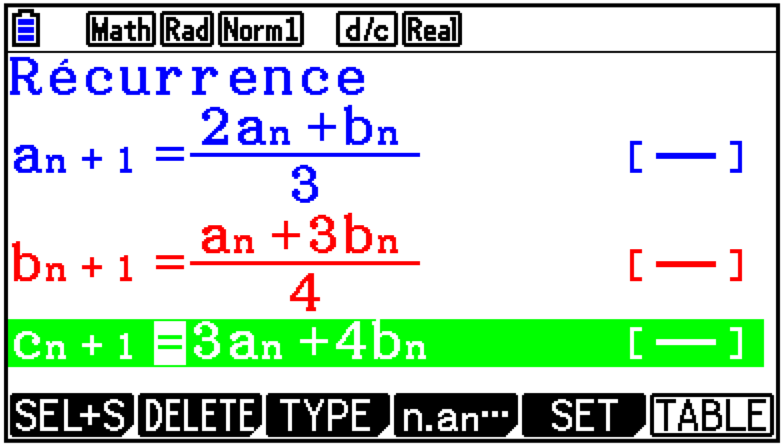
Avec uniquement les points : GPH-PLT.



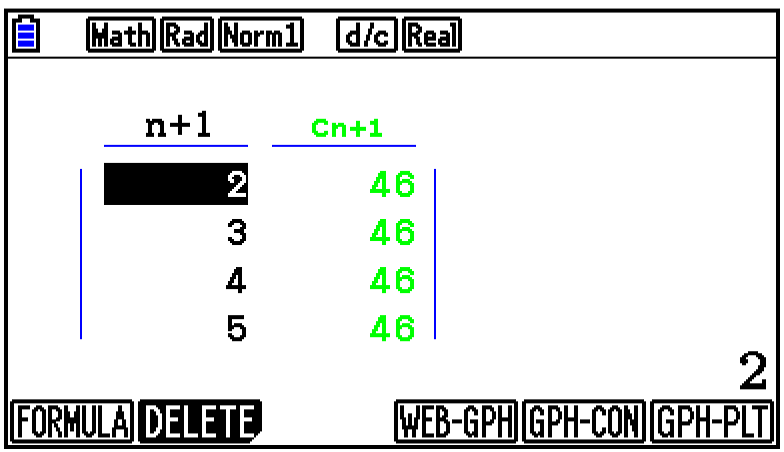
Ou en reliant les points : GPH-CON, F5 .



On peut ainsi conjecturer que les deux suites convergent vers la même limite (et qu'elles sont adjacentes).

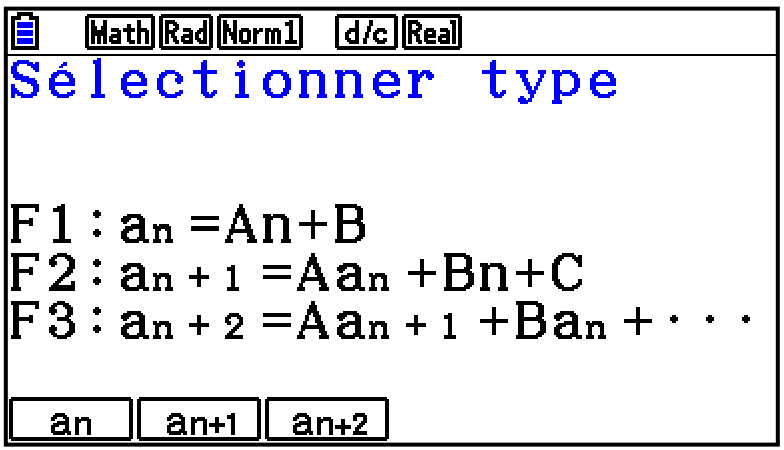


En retournant dans l'écran des formules, on entre l'expression de c_{n+1}.



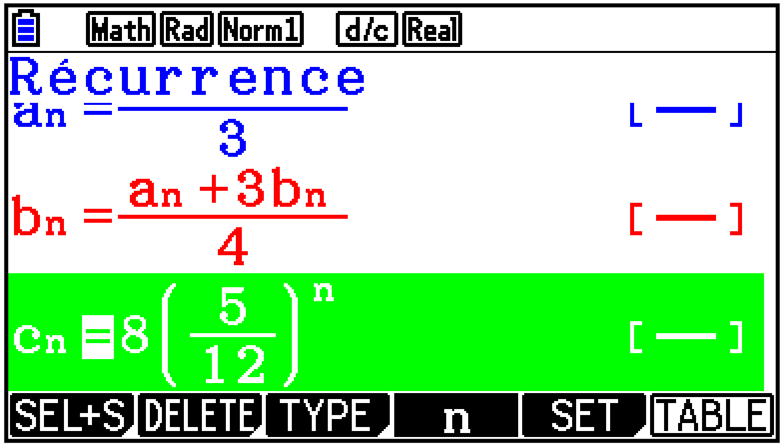
A l'aide du tableau de valeurs, on constate que (c_n) est probablement constante égale à 46.

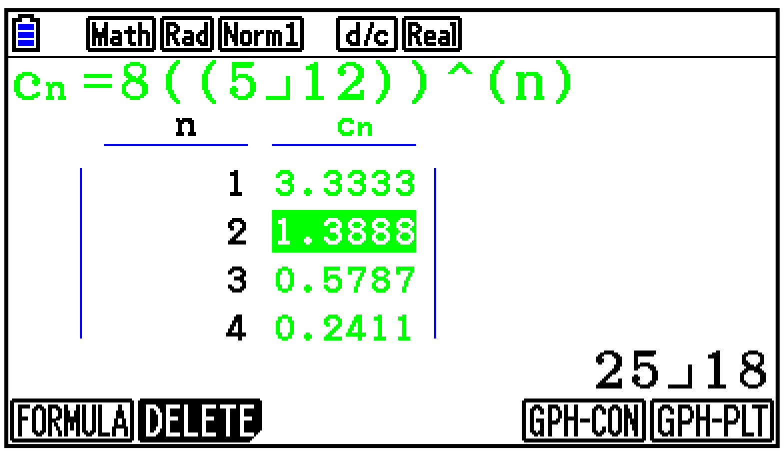
On a conjecturé que $c_{n+1} = 3a_n + 4b_n = 46$
En partant du principe que les deux suites (a_n) et (b_n) convergent vers la même limite L, alors $46 = 3L + 4L$ ainsi $L = 46/7$.



Pour étudier $8\left(\frac{5}{12}\right)^{n}$

Il faut changer le type d'expression, $\boxed{F3}$.





On peut afficher le tableau des valeurs successives de:

$$8\left(\frac{5}{12}\right)^n$$

A l'aide des premiers termes, on peut remarquer que $b_n - a_n = 8\left(\frac{5}{12}\right)^n$

En démontrant cette égalité (par récurrence), on arrive à démontrer chacune de nos conjectures précédentes.