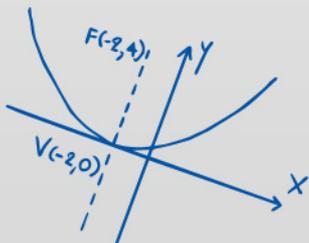
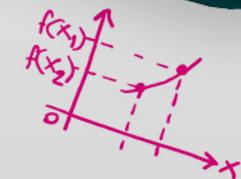


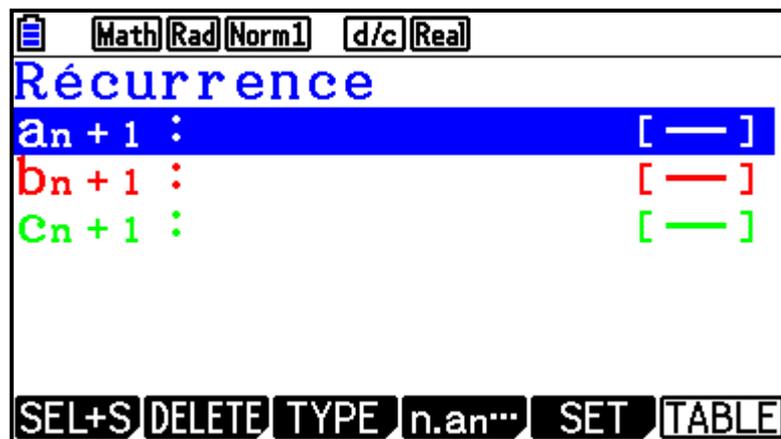
Suites

SAMPLE		MENU PR	
	1		2
Exe-Mat	Statistique		3
	4		Tableur
	5		6
Graphe	G-dynamique		7
	Table		8
	9		A
G-conique	Équation		B
	$aX^2+bX+c=0$		C
Programme	Finance		



ENONCE:

Eloïse lance son activité de diététicienne. Après avoir fait une étude de marché elle table sur 8 nouveaux patients chaque mois. De plus en moyenne 15/100 des patients terminent chaque mois leur série de consultation. Si l'étude de marché se révèle exacte, à long terme, combien de patients peut-elle s'attendre à suivre chaque mois ?

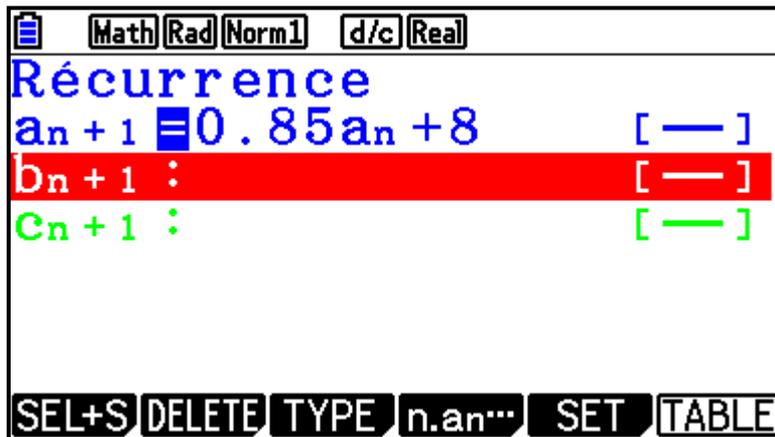


Dans le menu récurrence, par défaut la formule est de la forme a_{n+1} en fonction de a_n .

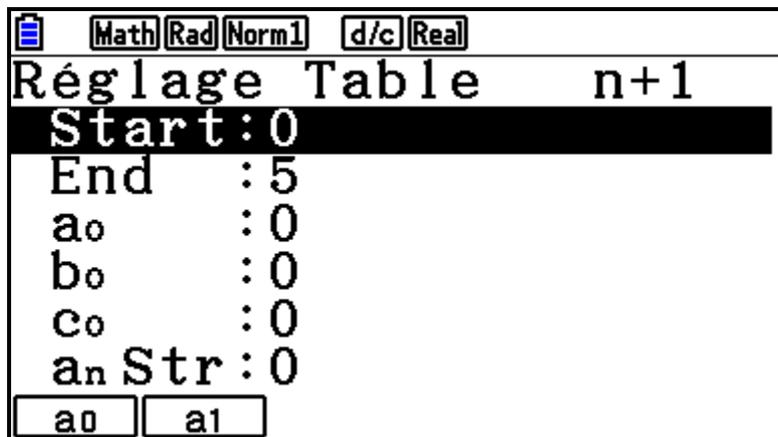
On peut aussi mettre sous forme explicite ou récurrence double dans le menu TYPE.

On note a_n le nombre de patients suivis lors du n -ième mois.

$a_{n+1} = 0,85a_n + 8$ et $a_0 = 0$ (puisqu'elle débute son activité).



Pour a_n : **F2**.



Avant d'aller dans le tableau de valeurs, menu SET : **F5**.

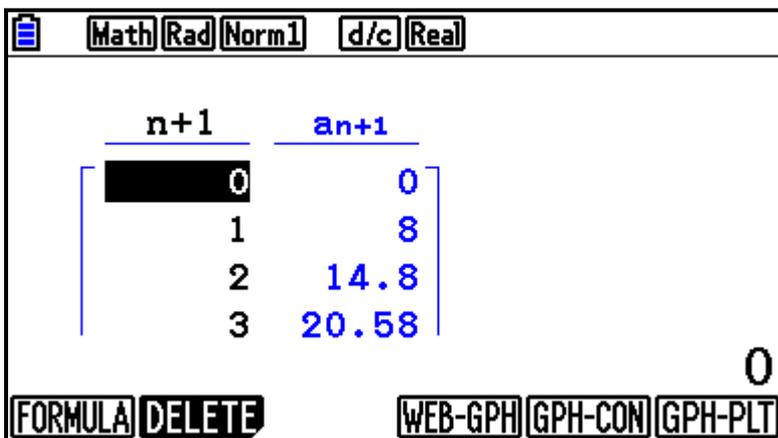
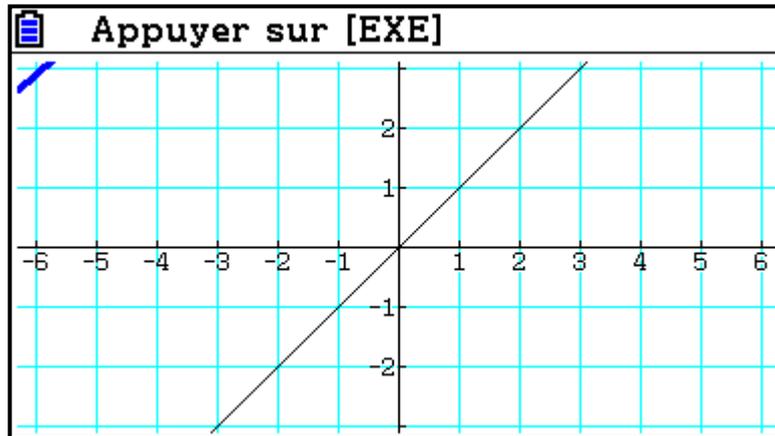


Tableau de valeurs : **EXIT** puis **F6**.



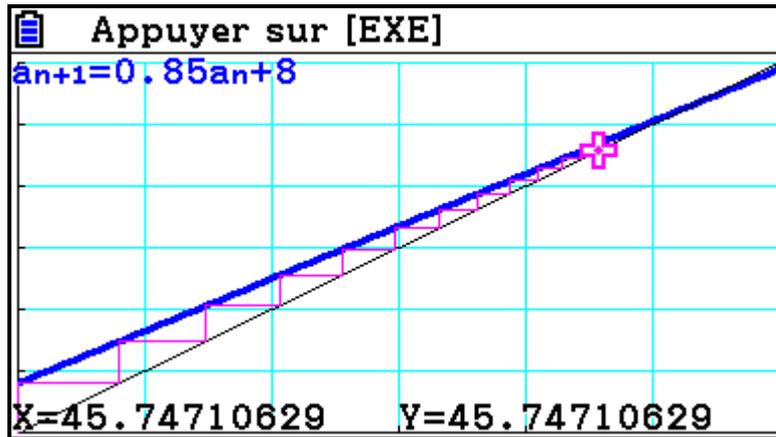
Représentation graphique : **[F4]**
 (WEB-GPH)
 Sont représentées les droites
 d'équation $y=x$ et $y=0,85x+8$

Fen-V

max	: 60
scale	: 10
dot	: 0.15873015
Ymin	: 0
max	: 60
scale	: 10

[INITIAL] [TRIG] [STANDRD] **[V-MEM]** [SQUARE]

Modification de la fenêtre
 graphique : **[SHIFT]** puis **[F3]**.



Pour passer au terme suivant : **EXE**.

A long terme, Eloïse peut conjecturer que le nombre de ses patients tendra vers 53.

On considère les suites (a_n) et (b_n) définies par

$$a_{n+1} = \frac{2a_n + b_n}{3} ; b_{n+1} = \frac{a_n + 3b_n}{4} \quad \forall n \in \mathbb{N}. a_0 = 2 \text{ et } b_0 = 10.$$

Déterminer les valeurs exactes des trois termes suivants des deux suites.

En étudiant aussi $c_{n+1} = 3a_n + 4b_n$ et $8\left(\frac{5}{12}\right)^n$ conjecturer le comportement des deux suites (a_n) et (b_n) .

(Source : sujet baccalauréat S Nouvelle Calédonie 2013)

Math Rad Norm1 d/c Real

Récurrance

$a_{n+1} = \frac{2a_n + b_n}{3}$ [—]

$b_{n+1} = (a_n + 3b_n) \div 4$

$c_{n+1} :$ [—]

n	a _n	b _n	c _n
---	----------------	----------------	----------------

On entre les relations de récurrence des deux suites.

Math Rad Norm1 d/c Real
 Réglage Table n+1
 Start: 0
 End : 10
 a₀ : 2
 b₀ : 10
c₀ : 0
 a_n Str : 0
a0 a1

Reste à rentrer les valeurs des premiers termes, dans le menu SET : **F5**.

Math Rad Norm1 d/c Real

n+1	a _{n+1}	b _{n+1}
0	2	10
1	4.6666	8
2	5.7777	7.1666
3	6.2407	6.8194

FORMULA **DELETE** PHASE WEB-GPH GPH-CON GPH-PLT

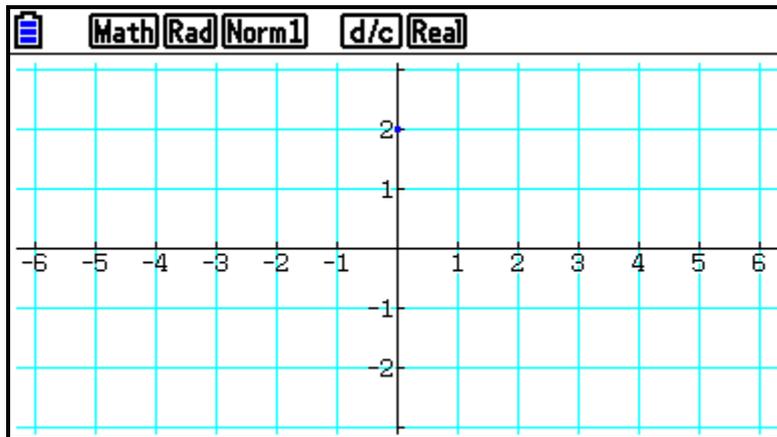
On va ensuite dans le tableau de valeurs: **EXIT** puis **F6**.

$n+1$	a_{n+1}	b_{n+1}
0	2	10
1	4.6666	8
2	5.7777	7.1666
3	6.2407	6.8194

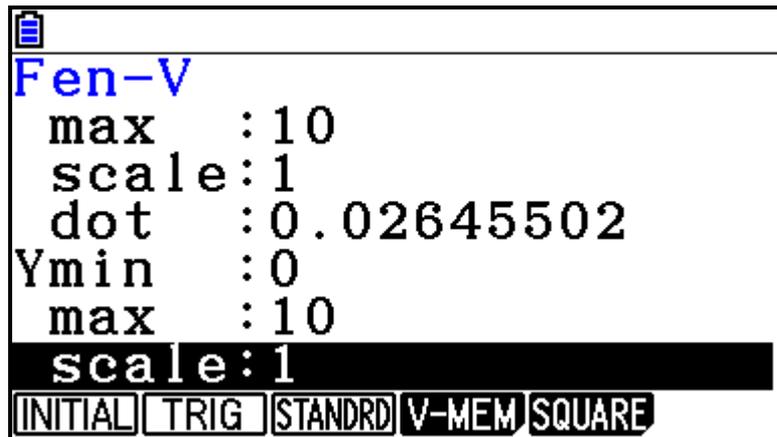
43 \downarrow 6

En mettant en surbrillance chacun des termes on obtient la valeur exacte.

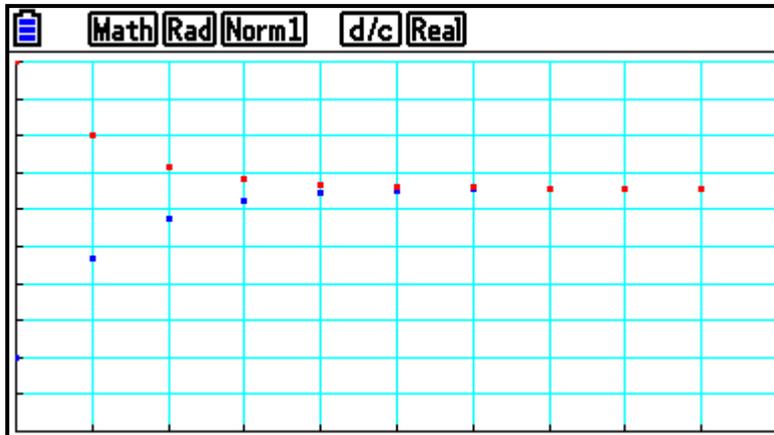
	a_n	b_n
1	14/3	8
2	52/9	43/6
3	337/54	491/72



Pour visualiser le comportement des 2 suites, on les représente graphiquement : **F6**.



Modification de la fenêtre graphique : **SHIFT** puis **F3**.



Avec uniquement les points : GPH-PLT.



Ou en reliant les points : GPH-CON,
F5.



On peut ainsi conjecturer que les deux suites convergent vers la même limite (et qu'elles sont adjacentes).

Math Rad Norm1 d/c Real

Réurrence

$$a_{n+1} = \frac{2a_n + b_n}{3} \quad [\text{---}]$$

$$b_{n+1} = \frac{a_n + 3b_n}{4} \quad [\text{---}]$$

$$c_{n+1} = 3a_n + 4b_n \quad [\text{---}]$$

SEL+S DELETE TYPE n.an... SET TABLE

En retournant dans l'écran des formules, on entre l'expression de c_{n+1} .

Math Rad Norm1 d/c Real

n+1	c_{n+1}
2	46
3	46
4	46
5	46

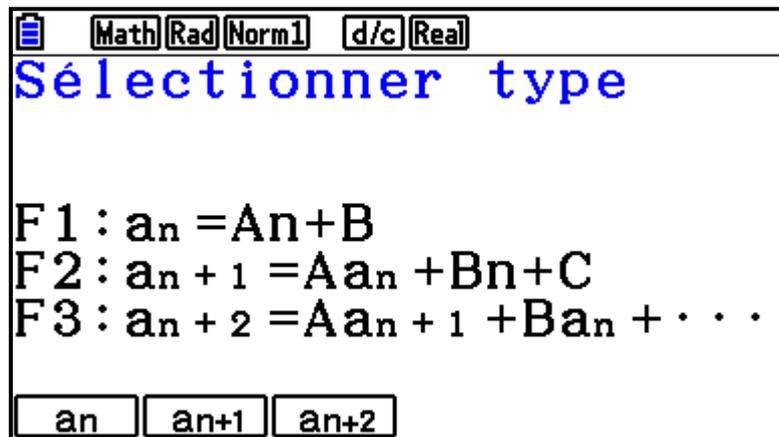
2

FORMULA DELETE WEB-GPH GPH-CON GPH-PLT

A l'aide du tableau de valeurs, on constate que (c_n) est probablement constante égale à 46.

On a conjecturé que $c_{n+1} = 3a_n + 4b_n = 46$

En partant du principe que les deux suites (a_n) et (b_n) convergent vers la même limite L , alors $46 = 3L + 4L$ ainsi $L = 46/7$.



Pour étudier $8\left(\frac{5}{12}\right)^n$

Il faut changer le type d'expression, **F3**.

Math Rad Norm1 d/c Real

Réurrence

$$a_n = \frac{\quad}{3} \quad [\text{---}]$$

$$b_n = \frac{a_n + 3b_n}{4} \quad [\text{---}]$$

$$c_n = 8 \left(\frac{5}{12} \right)^n \quad [\text{---}]$$

SEL+S DELETE TYPE n SET TABLE

Math Rad Norm1 d/c Real

$$c_n = 8 \left(\left(\frac{5}{12} \right) \right)^n$$

n	cn
1	3.3333
2	1.3888
3	0.5787
4	0.2411

25 18

FORMULA DELETE GPH-CON GPH-PLT

On peut afficher le tableau des valeurs successives de:

$$8 \left(\frac{5}{12} \right)^n$$

A l'aide des premiers termes, on peut remarquer que $b_n - a_n = 8 \left(\frac{5}{12} \right)^n$

En démontrant cette égalité (par récurrence), on arrive à démontrer chacune de nos conjectures précédentes.

