

Ex 1 : Démontrer que pour tout réel x on a :

- 1) $(\cos x + \sin x)^2 + (\cos x - \sin x)^2 = 2$
- 2) $(\cos x + \sin x)^2 - (\cos x - \sin x)^2 = 4 \cos(x) \cdot \sin(x)$
- 3) $\cos(2x) = \cos^2(x) - \sin^2(x) = 2 \cos^2(x) - 1 = 1 - 2 \sin^2(x)$
- 4) $\sin(2x) = 2 \sin(x) \cdot \cos(x)$

Ex 2 : Exprimer à l'aide de $\sin x$ et $\cos x$, les expressions suivantes :

$$f(x) = \cos(-x) + \sin(x) \quad ; \quad g(x) = \cos(\pi - x) + \sin(\pi - x) \quad ;$$

$$h(x) = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \quad ; \quad k(x) = \cos(x + \pi) - \sin(x + 3\pi) + 1$$

Ex 3 : À l'aide d'un cercle trigonométrique, résoudre dans \mathbb{R} puis dans l'intervalle $\left[\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ les équations trigonométriques suivantes :

$$(E_1): \cos(x) = 0 \quad ; \quad (E_2): \sin(x) = 0 \quad ; \quad (E_3): \cos(x) = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad ;$$

$$(E_4): \sin(x) = \frac{-\sqrt{3}}{2} \quad ; \quad (E_5): 2 \cos(x) + 1 = 0 \quad ; \quad (E_6): 2 \sin(x) - 1 = 0$$

Ex 4 : Résoudre dans \mathbb{R} puis visualiser les solutions dans le cercle trigonométrique des équations trigonométriques suivantes :

$$(E_1): 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - 1 = 0 \quad ; \quad (E_2): 1 - \sqrt{3} \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right) - 1 = 0$$

$$(E_3): 2 \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + 1 = 0 \quad ; \quad (E_4): 2 \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - 1 = 0$$

Ex 5 : Résoudre dans \mathbb{R} puis visualiser les solutions dans le cercle trigonométrique des équations trigonométriques suivantes :

$$(E_1): \cos(2x) = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \quad ; \quad (E_2): \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$(E_3): \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \quad ; \quad (E_4): \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$$

Ex 1 : Démontrer que pour tout réel x on a :

- 1) $(\cos x + \sin x)^2 + (\cos x - \sin x)^2 = 2$
- 2) $(\cos x + \sin x)^2 - (\cos x - \sin x)^2 = 4 \cos(x) \cdot \sin(x)$
- 3) $\cos(2x) = \cos^2(x) - \sin^2(x) = 2 \cos^2(x) - 1 = 1 - 2 \sin^2(x)$
- 4) $\sin(2x) = 2 \sin(x) \cdot \cos(x)$

Ex 2 : Exprimer à l'aide de $\sin x$ et $\cos x$, les expressions suivantes :

$$f(x) = \cos(-x) + \sin(x) \quad ; \quad g(x) = \cos(\pi - x) + \sin(\pi - x) \quad ;$$

$$h(x) = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \quad ; \quad k(x) = \cos(x + \pi) - \sin(x + 3\pi) + 1$$

Ex 3 : À l'aide d'un cercle trigonométrique, résoudre dans \mathbb{R} puis dans l'intervalle $\left[\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ les équations trigonométriques suivantes :

$$(E_1): \cos(x) = 0 \quad ; \quad (E_2): \sin(x) = 0 \quad ; \quad (E_3): \cos(x) = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad ;$$

$$(E_4): \sin(x) = \frac{-\sqrt{3}}{2} \quad ; \quad (E_5): 2 \cos(x) + 1 = 0 \quad ; \quad (E_6): 2 \sin(x) - 1 = 0$$

Ex 4 : Résoudre dans \mathbb{R} puis visualiser les solutions dans le cercle trigonométrique des équations trigonométriques suivantes :

$$(E_1): 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - 1 = 0 \quad ; \quad (E_2): 1 - \sqrt{3} \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right) - 1 = 0$$

$$(E_3): 2 \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + 1 = 0 \quad ; \quad (E_4): 2 \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - 1 = 0$$

Ex 5 : Résoudre dans \mathbb{R} puis visualiser les solutions dans le cercle trigonométrique des équations trigonométriques suivantes :

$$(E_1): \cos(2x) = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \quad ; \quad (E_2): \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$(E_3): \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \quad ; \quad (E_4): \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$$