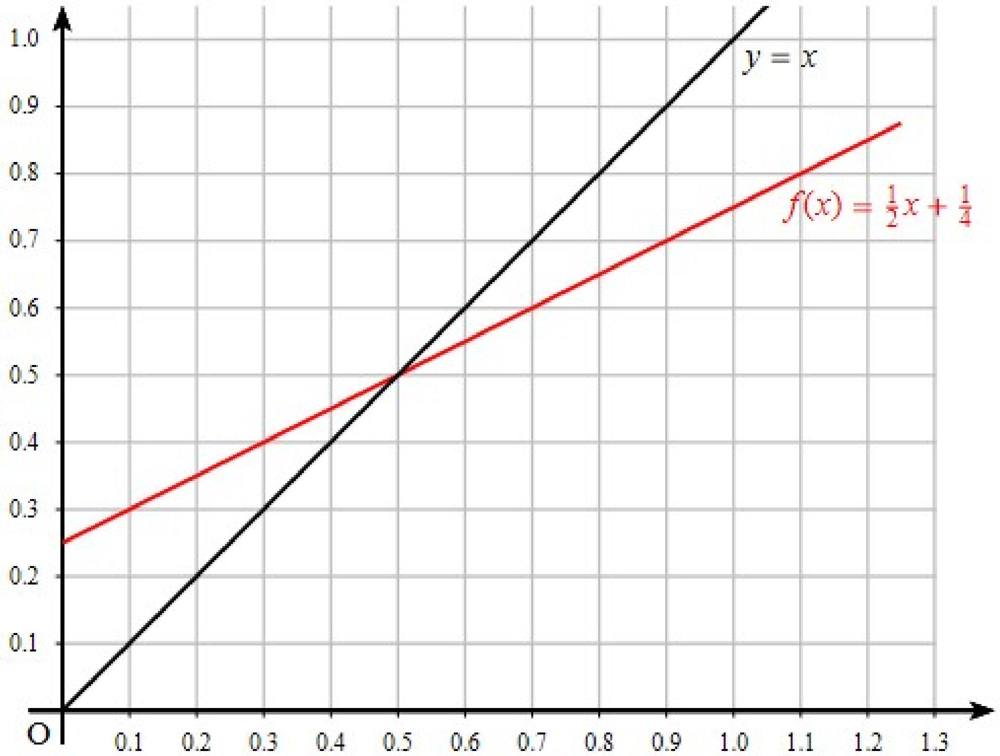
Ex 1 : Soit la suite (u_n) définie par $u_0=2$ et $u_{n+1}=\frac{u_n}{1+2u_n}$

1) A l'aide de votre calculatrice, conjecturer graphiquement le comportement de la suite (u_n) pour les grandes valeurs de n
   On prendra comme fenêtre : X∈ [0; 1] et Y∈ [0; 0,5]
2) On pose $v_n=1+\frac{1}{u_n}$; Prouver que la suite (v_n) est arithmétique.
   Donner son premier terme et sa raison
3) Exprimer v_n , puis u_n en fonction de n
4) En déduire la limite de la suite (u_n)

Ex 2 : Soit la suite (u_n) définie par $u_0=1$ et $u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n+\frac{1}{4}$

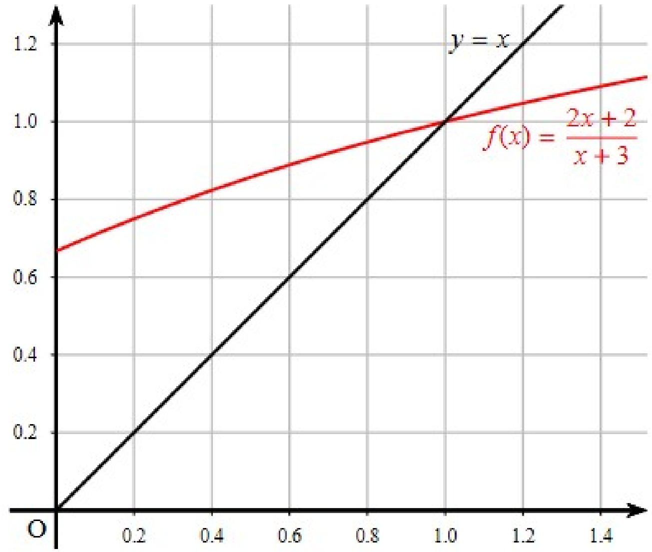
1) Placer sur l'axe des abscisses les termes u_0, u_1, u_2, u_3 sur la représentation ci-dessous. Conjecturer alors limite de la suite (u_n)



2) On pose $v_n=u_n-0,5$ pour tout $n\in\mathbb{N}$
   a) Prouver que la suite (v_n) est géométrique
   b) Exprimer v_n , puis u_n en fonction de n
   c) Déterminer la limite de (v_n) ; en déduire la limite de la suite (u_n)

Ex 3 : Soit la suite (u_n) définie par $u_0=0$ et $u_{n+1}=\frac{2u_n+2}{u_n+3}$

1) Placer sur l'axe des abscisses les termes u_0, u_1, u_2, u_3 sur la représentation ci-dessous. Conjecturer alors limite de la suite (u_n)



2) On pose $v_n=\frac{u_n-1}{u_n+2}$ pour tout $n\in\mathbb{N}$
   a) Prouver que la suite (v_n) est géométrique
   b) Exprimer v_n , puis u_n en fonction de n
   c) Déterminer la limite de (v_n) ; en déduire la limite de la suite (u_n)

Ex 4 : Pierre essaie de vendre sa vieille voiture 1000 € à Paul. Paul trouve ce prix trop cher et lui propose 500 €. Pierre décide de « couper la poire en deux » et lui propose alors 750 €. Paul tient alors le même raisonnement et lui propose 625 €. Et ainsi de suite . . .. Vont-il finir par se mettre d'accord ?

On pose $u_0=1000$ la 1re proposition de Pierre et $u_1=500$ la 1re proposition de Paul. Exprimer la proposition u_{n+2} en fonction des 2 propositions précédentes u_{n+1} et u_n ; Programmer cette suite sur votre calculatrice et conclure