1ère B TD n° 4 : Trigonométrie 2022

Lignes trigonométriques particulières

Ex 1 : calcul de $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$, $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$, $\tan\left(\frac{\pi}{12}\right)$

Méthode n° 1 :

Soit $A(1;\sqrt{3}), B(1+\sqrt{3};-1+\sqrt{3}), C(\sqrt{3};-1), D(2;0)$

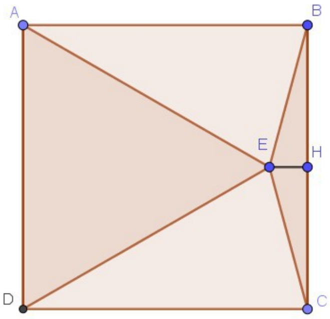
a) Montrer que $OABC$ est un carré

b) Montrer que $\widehat{DOB}=\frac{\pi}{12}$

c) Calculer $\overrightarrow{OD}\cdot\overrightarrow{OB}$ et en déduire $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$

d) Déterminer les valeurs de $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$ et $\tan\left(\frac{\pi}{12}\right)$

Méthode n° 2 :



$ABCD$ est un carré de côté 2 cm ; AED est un triangle équilatéral ; $(EH)\perp(BC)$

a) Montrer que $\widehat{EBH}=\frac{\pi}{12}$

b) Calculer EH puis EB

c) Montrer que : $\cos^2(a)=\frac{1}{1+\tan^2(a)}$

d) En déduire $\cos^2\left(\frac{\pi}{12}\right)$ puis $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$

Méthode n° 3 :

1) Développer $\cos(a-b)$

2) En posant $a=\frac{\pi}{3}, b=\frac{\pi}{4}$ déterminer $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$

3) En posant $a=\frac{\pi}{4}, b=\frac{\pi}{6}$ déterminer $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$

Ex 2 : calcul de $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$, $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$, $\tan\left(\frac{\pi}{8}\right)$

Méthode n° 1 :

a) Montrer que $\cos^2(a)=\frac{1+\cos(2a)}{2}$

b) En posant $a=\frac{\pi}{8}$ déterminer $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$

c) Déterminer les valeurs de $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$ et $\tan\left(\frac{\pi}{8}\right)$

Méthode n° 2 :

Soit $A(0;0), B(\sqrt{2};\sqrt{2}), C(2;0)$ et D le milieu de $[BC]$

a) Montrer que $\widehat{BAC}=\frac{\pi}{4}$ puis que $\widehat{BAD}=\frac{\pi}{8}$

b) Calculer AD puis BD

c) En déduire les valeurs de $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$

Ex 3 : calcul de $\cos\left(\frac{\pi}{5}\right)$, $\sin\left(\frac{\pi}{5}\right)$, $\tan\left(\frac{\pi}{5}\right)$

a) Résoudre l'équation $4x^2-2x-1=0$

b) Déterminer $\cos\left(\frac{\pi}{5}\right)$ sachant que $\frac{\pi}{5}$ est solution de l'équation précédente (vérifier que $\cos\left(\frac{\pi}{5}\right)=\frac{\phi}{2}$)

c) En déduire les valeurs de $\sin\left(\frac{\pi}{5}\right)$ et $\tan\left(\frac{\pi}{5}\right)$

1ère B TD n° 4 : Trigonométrie 2022

Lignes trigonométriques particulières

Ex 1 : calcul de $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$, $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$, $\tan\left(\frac{\pi}{12}\right)$

Méthode n° 1 :

Soit $A(1;\sqrt{3}), B(1+\sqrt{3};-1+\sqrt{3}), C(\sqrt{3};-1), D(2;0)$

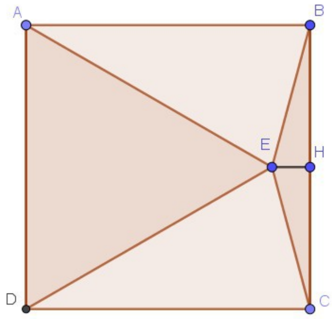
a) Montrer que $OABC$ est un carré

b) Montrer que $\widehat{DOB}=\frac{\pi}{12}$

c) Calculer $\overrightarrow{OD}\cdot\overrightarrow{OB}$ et en déduire $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$

d) Déterminer les valeurs de $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$ et $\tan\left(\frac{\pi}{12}\right)$

Méthode n° 2 :



$ABCD$ est un carré de côté 2 cm ; AED est un triangle équilatéral ; $(EH)\perp(BC)$

a) Montrer que $\widehat{EBH}=\frac{\pi}{12}$

b) Calculer EH puis EB

c) Montrer que : $\cos^2(a)=\frac{1}{1+\tan^2(a)}$

d) En déduire $\cos^2\left(\frac{\pi}{12}\right)$ puis $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$

Méthode n° 3 :

1) Développer $\cos(a-b)$

2) En posant $a=\frac{\pi}{3}, b=\frac{\pi}{4}$ déterminer $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$

3) En posant $a=\frac{\pi}{4}, b=\frac{\pi}{6}$ déterminer $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$

Ex 2 : calcul de $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$, $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$, $\tan\left(\frac{\pi}{8}\right)$

Méthode n° 1 :

a) Montrer que $\cos^2(a)=\frac{1+\cos(2a)}{2}$

b) En posant $a=\frac{\pi}{8}$ déterminer $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$

c) Déterminer les valeurs de $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$ et $\tan\left(\frac{\pi}{8}\right)$

Méthode n° 2 :

Soit $A(0;0), B(\sqrt{2};\sqrt{2}), C(2;0)$ et D le milieu de $[BC]$

a) Montrer que $\widehat{BAC}=\frac{\pi}{4}$ puis que $\widehat{BAD}=\frac{\pi}{8}$

b) Calculer AD puis BD

c) En déduire les valeurs de $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$

Ex 3 : calcul de $\cos\left(\frac{\pi}{5}\right)$, $\sin\left(\frac{\pi}{5}\right)$, $\tan\left(\frac{\pi}{5}\right)$

a) Résoudre l'équation $4x^2-2x-1=0$

b) Déterminer $\cos\left(\frac{\pi}{5}\right)$ sachant que $\frac{\pi}{5}$ est solution de l'équation précédente (vérifier que $\cos\left(\frac{\pi}{5}\right)=\frac{\phi}{2}$)

c) En déduire les valeurs de $\sin\left(\frac{\pi}{5}\right)$ et $\tan\left(\frac{\pi}{5}\right)$