

La prévalence désigne la proportion de personnes infectées par un virus dans une population (et donc porteuses d'anticorps). On note x la prevalence, on a $x \in [0; 1]$

On choisit une personne au hasard dans une population. Cette personne passe un test sérologique permettant de déterminer si elle a produit des anticorps en réponse immunitaire apres avoir ete infectee par le virus.

On sait également que :

- Parmi les personnes infectées, 90% obtiennent un test positif
- Parmi les personnes non infectées, 98% obtiennent un test négatif

On note T le caractère : « le Test serologique de depistage d'anticorps est positif »

On note A le caractère : « la personne testée est porteuse d'Anticorps »

On rappelle que :

- la valeur prédictive positive du test (VPP) est la probabilité $p_T(A)$
- la valeur prédictive négative du test (VPN) est la probabilité $p_T(\bar{A})$
- le taux de « faux-positifs » (TFP) est la probabilité $p_T(\bar{A})$
- le taux de « faux-négatifs » (TFN) est la probabilité $p_T(A)$

- 1) Construire un arbre pondéré de la situation
- 2) Exprimer $p(T \cap A)$ puis $p(T \cap \bar{A})$ en fonction de x
- 3) Montrer que $p(T) = 0,88x + 0,02$ et que $p(\bar{T}) = 0,98 - 0,88x$
- 4) Montrer que $VPP = \frac{45x}{44x+1}$ et en déduire $TFP = \frac{1-x}{44x+1}$
- 5) Montrer que $VPN = \frac{49(1-x)}{49-44x}$ et en déduire $TFN = \frac{5x}{49-44x}$
- 6) a) Completer le tableau de valeurs des VPP et VPN ci-dessous :

x	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50
VPP										
VPN										

- b) Émettre des conjectures relatives aux valeurs des VPP & VPN
- c) Dresser les tableaux de variation des VPN & VPN pour $x \in [0; 1]$
- 7) a) On appelle « fiabilité » du test la valeur prédictive vérifiant $VPP=VPN$; Construire les graphiques des VPP et VPN sur la calculatrice et en déduire la fiabilité relative à ce test sérologique ;
- b) Expliquer pourquoi cette fiabilité est indépendante de la prévalence

La prévalence désigne la proportion de personnes infectées par un virus dans une population (et donc porteuses d'anticorps). On note x la prevalence, on a $x \in [0; 1]$

On choisit une personne au hasard dans une population. Cette personne passe un test sérologique permettant de déterminer si elle a produit des anticorps en réponse immunitaire apres avoir ete infectee par le virus.

On sait également que :

- Parmi les personnes infectées, 90% obtiennent un test positif
- Parmi les personnes non infectées, 98% obtiennent un test négatif

On note T le caractère : « le Test serologique de depistage d'anticorps est positif »

On note A le caractère : « la personne testée est porteuse d'Anticorps »

On rappelle que :

- la valeur prédictive positive du test (VPP) est la probabilité $p_T(A)$
- la valeur prédictive négative du test (VPN) est la probabilité $p_T(\bar{A})$
- le taux de « faux-positifs » (TFP) est la probabilité $p_T(\bar{A})$
- le taux de « faux-négatifs » (TFN) est la probabilité $p_T(A)$

- 1) Construire un arbre pondéré de la situation
- 2) Exprimer $p(T \cap A)$ puis $p(T \cap \bar{A})$ en fonction de x
- 3) Montrer que $p(T) = 0,88x + 0,02$ et que $p(\bar{T}) = 0,98 - 0,88x$
- 4) Montrer que $VPP = \frac{45x}{44x+1}$ et en déduire $TFP = \frac{1-x}{44x+1}$
- 5) Montrer que $VPN = \frac{49(1-x)}{49-44x}$ et en déduire $TFN = \frac{5x}{49-44x}$
- 6) a) Completer le tableau de valeurs des VPP et VPN ci-dessous :

x	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50
VPP										
VPN										

- b) Émettre des conjectures relatives aux valeurs des VPP & VPN
- c) Dresser les tableaux de variation des VPN & VPN pour $x \in [0; 1]$
- 7) a) On appelle « fiabilité » du test la valeur prédictive vérifiant $VPP=VPN$; Construire les graphiques des VPP et VPN sur la calculatrice et en déduire la fiabilité relative à ce test sérologique ;
- b) Expliquer pourquoi cette fiabilité est indépendante de la prévalence