Ex 50 : $(d): x+5y-1=0$ ainsi $(d'): x+5y+2=0$ est parallèle à (d) et $(d''): -5x+y+3=0$ est perpendiculaire à (d)

Ex 51 : $A(4;1)\in(d)$ et $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}$ dirige (d) ; soit $M(x;y)\in(d)$

donc les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\vec{u}$ sont colinéaires

donc $det(\overrightarrow{AM},\vec{u})=0$ donc $\begin{vmatrix}x-4 & -1\\ y-1 & 2\end{vmatrix}=0$ donc $2(x-4)-(-1)(y-1)=0$

donc on déduit que $(d): 2x+y-9=0$

ainsi $\vec{n}\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$ est un vecteur normal à (d)

de plus $B(0;9)\in(d)$ et $C(3;3)\in(d)$

Ex 52 : $A(4;2)\in(d)$ et $\vec{n}\begin{pmatrix}-3\\-5\end{pmatrix}$ est normal à (d) ; soit $M(x;y)\in(d)$

donc les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\vec{u}\begin{pmatrix}5\\-3\end{pmatrix}$ sont colinéaires car $\vec{u}\perp\vec{n}$

donc $det(\overrightarrow{AM},\vec{u})=0$ donc $\begin{vmatrix}x-4 & 5\\ y-2 & -3\end{vmatrix}=0$ donc $-3(x-4)-5(y-2)=0$

donc on déduit que $(d): 3x+5y-22=0$

ainsi $\vec{u}\begin{pmatrix}5\\-3\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur à (d)

de plus la pente de la droite (d) est $m=\dfrac{-3}{5}=-0{,}6$

Ex 53 : Soit $A(5;1)$ et $B(-1;3)$ dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$

alors $\vec{u}\begin{pmatrix}-6\\2\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de (AB) et $\vec{n}\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}$ est un vecteur normal à (AB) ; soit $M(x;y)\in(d)$

donc une équation cartésienne de la droite (AB) est de la forme $x+3y+c=0$
or $A(5;1)\in(AB)$ donc ses coordonnées vérifient l'équation précédente
donc $5+3\times1+c=0$ donc $c=-8$

ainsi on déduit que $(AB): x+3y-8=0$

Ex 54 : on note (d_1) : $x+2y-4=0$ et (d_2) : $3x+6y-8=0$

alors $\vec{n}_1\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$ est un vecteur normal à (d_1) et $\vec{n}\begin{pmatrix}3\\6\end{pmatrix}$ est un vecteur normal à (d_2) donc $det(\vec{n}_1,\vec{n}_2)=0$ donc les vecteurs $\vec{n}_1$ et $\vec{n}_2$ sont colinéaires
donc (d_1) // (d_2)

Ex 56 : on donne $A(2;-2), B(-4;1), C(-1;-3)$ dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$; la hauteur (d) issue de C dans le triangle ABC est perpendiculaire à la droite (AB) donc $\vec{n}=\overrightarrow{AB}$ est colinéaire à (AB)

$\vec{u}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur à (d) car $\vec{u}\perp\vec{n}$; soit $M(x;y)\in(d)$

donc les vecteurs $\overrightarrow{CM}$ et $\vec{u}$ sont colinéaires

donc $det(\overrightarrow{CM},\vec{u})=0$ donc $\begin{vmatrix}x+1 & 1\\ y+3 & 2\end{vmatrix}=0$ donc $2(x+1)-(y+3)=0$

donc on déduit que $(d): 2x-y-1=0$

Ex 57 : on donne $A(5;-2), B(2;-1)$ dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$
la médiatrice (d) du segment $[AB]$ est perpendiculaire à la droite (AB) et passe par son milieu $K(3{,}5;-1{,}5)$ donc $\vec{n}=\overrightarrow{AB}$ est colinéaire à (AB)

$\vec{u}\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur à (d) car $\vec{u}\perp\vec{n}$; soit $M(x;y)\in(d)$

donc les vecteurs $\overrightarrow{KM}$ et $\vec{u}$ sont colinéaires

donc $det(\overrightarrow{KM},\vec{u})=0$ donc $\begin{vmatrix}x-3{,}5 & 1\\ y+1{,}5 & 3\end{vmatrix}=0$ donc $3(x-3{,}5)-(y+1{,}5)=0$

donc on déduit que $(d): 3x-y-12=0$

Ex 58 : on donne $A(1;3), B(4;2)$ dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$
la droite (d) est perpendiculaire à la droite (AB) et passe par $A(1;3)$
donc $\vec{n}=\overrightarrow{AB}$ est colinéaire à (AB)

$\vec{u}\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur à (d) car $\vec{u}\perp\vec{n}$; soit $M(x;y)\in(d)$

donc les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\vec{u}$ sont colinéaires

donc $det(\overrightarrow{AM},\vec{u})=0$ donc $\begin{vmatrix}x-1 & 1\\ y-3 & 3\end{vmatrix}=0$ donc $3(x-1)-(y-3)=0$

donc on déduit que $(d): 3x-y=0$

de même la droite (d') est parallèle à la droite (AB) et passe par $B(4;2)$
une équation cartésienne de (d') est de la forme $3x-y+c=0$
or $B(4;2)\in(d')$ donc $12-2+c=0$ donc $c=-10$
donc on déduit que $(d):3x-y-10=0$

Ex 59 : Soit (d_1) la droite passant par $A(2;3)$ et de vecteur normal $\vec{n}_1\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$

$\vec{u}\begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur à (d_1) car $\vec{u}\perp\vec{n}_1$
Soit $M(x;y)\in(d_1)$; donc les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\vec{u}$ sont colinéaires
donc $det(\overrightarrow{AM},\vec{u})=0$ donc $\begin{vmatrix}x-2 & -2\\ y-3 & 1\end{vmatrix}=0$ donc $(x-2)-(-2)(y-3)=0$
donc on déduit que $(d_1):x+2y-8=0$

Soit (d_2) la droite d'équation cartésienne $2x-y+4=0$
ainsi $\vec{n}_2\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$ est normal à la droite (d_2)
donc $\vec{n}_1\perp\vec{n}_2$ donc $(d_1)\perp(d_2)$

Soit K le point d'intersection des droites (d_1) et (d_2)
les coordonnées $K(x;y)$ vérifient le système $\begin{cases}2x-y+4=0\\x+2y-8=0\end{cases}$
donc $\begin{cases}2x-y=-4\\x+2y=8\end{cases}$ donc $\begin{cases}4x-2y=-8\\x+2y=8\end{cases}$ donc $\begin{cases}5x=0\\x+2y=8\end{cases}$
donc $\begin{cases}x=0\\x+2y=8\end{cases}$ donc $\begin{cases}x=0\\y=4\end{cases}$ donc $K(0;4)$