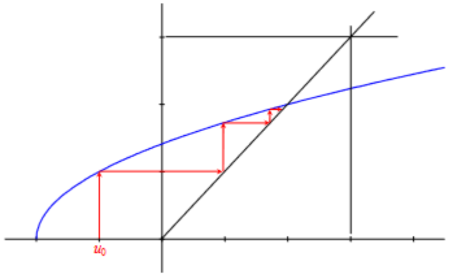
1ère B spé maths — Graphiques en escalier de Suites récurrentes — 2021

Le principe :

Dans le cas d'une suite récurrente, il est possible de visualiser directement le sens de variation et la convergence ; soit $u_{n+1}=f(u_n)$

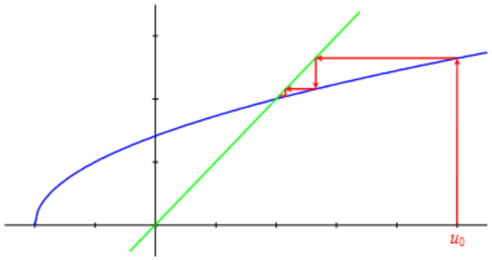
- On trace la représentation graphique de f
- On trace la 1ère bissectrice du repère (Δ)
- On place le 1er terme u_0 sur l'axe des abscisses
- On utilise C_f pour construire $u_1=f(u_0)$ sur l'axe des ordonnées
- On reporte u_1 sur l'axe des abscisses à l'aide de (Δ)
- On utilise C_f pour construire $u_2=f(u_1)$ sur l'axe des ordonnées
- … etc
- On obtient ainsi un « escalier » alternant entre la courbe C_f et la droite (Δ)

1. Les représentations « en escalier » (qui sont associées aux fonctions croissantes) :



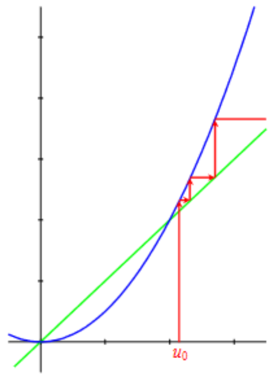
une suite croissante convergente

$u_0=-1$ et $u_{n+1}=\sqrt{u_n+2}$



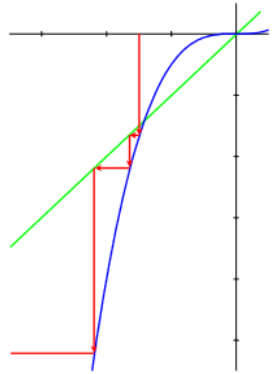
une suite décroissante convergente

$u_0=5$ et $u_{n+1}=\sqrt{u_n+2}$



une suite croissante divergente

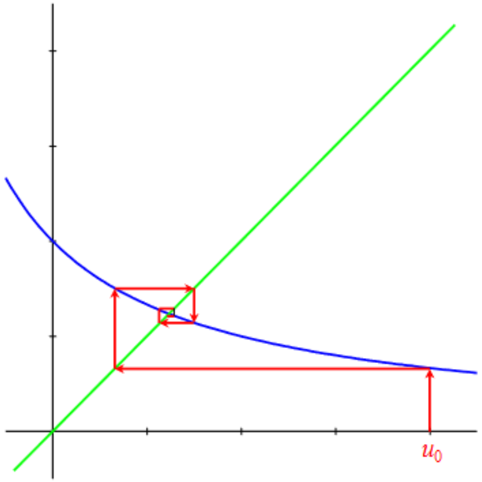
$u_0=2{,}2$ et $u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n^2$



une suite décroissante divergente

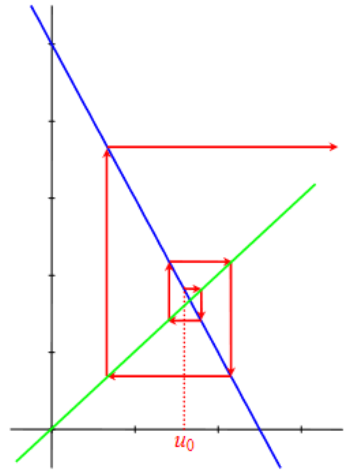
$u_0=-1{,}5$ et $u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n^3$

2. Les représentations « en escargot » (qui sont associées aux fonctions décroissantes) :



une suite convergente

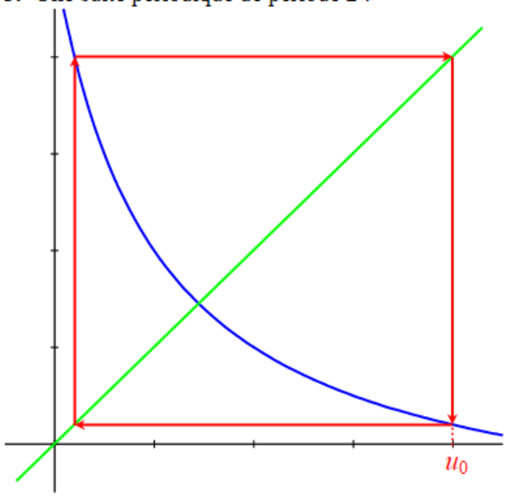
$u_0=4$ et $u_{n+1}=\frac{4}{u_n+2}$



une suite divergente

$u_0=\frac{8}{5}$ et $u_{n+1}=5-2u_n$

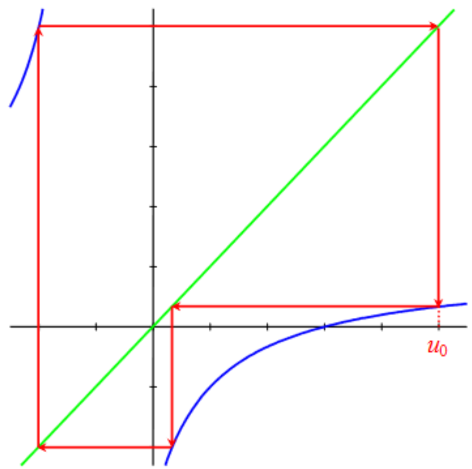
3. Une suite périodique de période 2 :



$u_0=4$ et $u_{n+1}=\frac{5-u_n}{u_n+1}$

$u_0=4$ $u_1=0{,}2$ $u_2=4$ …

Une suite périodique de période 3 :



$u_0=5$ et $u_{n+1}=\frac{u_n-3}{u_n+1}$

$u_0=5$ $u_1=\frac{1}{3}$ $u_2=-2$ $u_3=5$ …