1ère B — Approfondissement – vers la Terminale spé maths — 2022

Ex 1 : Soit la suite (u_n) définie par $u_{n+1}=2u_n-3$ et $u_0=7$

Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}, u_n=2^{n+2}+3$

Ex 2 : Soit la suite (u_n) définie par $u_n=\sum_{k=1}^{n} k^2$

Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}, u_n=\dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

Ex 3 : Soit la suite (u_n) définie par $u_{n+1}=\dfrac{1}{2}u_n+3$ et $u_0=2$

Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}, 2\leqslant u_n\leqslant 6$

Ex 4 : Soit la suite (u_n) définie par $u_{n+1}=\sqrt{u_n+1}$ et $u_0=1$

Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}, 0\leqslant u_n\leqslant 2$

Ex 5 : Soit la suite (u_n) définie par $u_n=\sum_{k=1}^{n} k^3$

Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}, u_n=\dfrac{n^2(n+1)^2}{4}$

Ex 6 : Soit la suite (u_n) définie par $u_{n+1}=\dfrac{3u_n}{1+2u_n}$ et $u_0=\dfrac{1}{2}$

1) Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}, 0\leqslant u_n\leqslant 1$
2) Montrer que la suite (u_n) est croissante
3) Soit la suite (v_n) définie par $v_n=\dfrac{u_n}{1-u_n}$
   a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera le 1er terme et la raison
   b) En déduire que : $\forall n\in\mathbb{N}, u_n=\dfrac{3^n}{3^n+1}$
4) a) Étudier la convergence de la suite (u_n)
   b) Calculer la limite de la suite (u_n)

1ère B — Approfondissement – vers la Terminale spé maths — 2022

Ex 1 : Soit la suite (u_n) définie par $u_{n+1}=2u_n-3$ et $u_0=7$

Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}, u_n=2^{n+2}+3$

Ex 2 : Soit la suite (u_n) définie par $u_n=\sum_{k=1}^{n} k^2$

Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}, u_n=\dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

Ex 3 : Soit la suite (u_n) définie par $u_{n+1}=\dfrac{1}{2}u_n+3$ et $u_0=2$

Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}, 2\leqslant u_n\leqslant 6$

Ex 4 : Soit la suite (u_n) définie par $u_{n+1}=\sqrt{u_n+1}$ et $u_0=1$

Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}, 0\leqslant u_n\leqslant 2$

Ex 5 : Soit la suite (u_n) définie par $u_n=\sum_{k=1}^{n} k^3$

Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}, u_n=\dfrac{n^2(n+1)^2}{4}$

Ex 6 : Soit la suite (u_n) définie par $u_{n+1}=\dfrac{3u_n}{1+2u_n}$ et $u_0=\dfrac{1}{2}$

1) Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}, 0\leqslant u_n\leqslant 1$
2) Montrer que la suite (u_n) est croissante
3) Soit la suite (v_n) définie par $v_n=\dfrac{u_n}{1-u_n}$
   a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera le 1er terme et la raison
   b) En déduire que : $\forall n\in\mathbb{N}, u_n=\dfrac{3^n}{3^n+1}$
4) a) Étudier la convergence de la suite (u_n)
   b) Calculer la limite de la suite (u_n)