Ex 1 **: (*)** - Pour chaque suite, donner une table de valeurs et préciser lesquelles sont arithmétiques ou géométriques

a) $u_n=2+3n$ b) $u_{n+1}=2+u_n\ ;u_0=1$ c) $u_n=\dfrac{3n+1}{2}$ d) $u_n=\dfrac{1}{2}\times\left(\dfrac{3}{4}\right)^n$

e) $u_n=5^{n+1}$ f) $u_n=2^n+2n$ g) $5u_{n+1}-2u_n=1\ ;u_0=-1$ h) $u_n=n^2-n$

Ex 2 **: (*)** - Calculer les sommes : $S_1=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{8}+\cdots+\dfrac{1}{8192}$,

$S_2=4+7+10+\cdots+172$, $S_3=\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{9}+\dfrac{1}{27}+\cdots-\dfrac{1}{6561}$

$S_4=5+\dfrac{17}{3}+\dfrac{19}{3}+7+\cdots+63$, $S_5=\dfrac{1}{8}+\dfrac{\sqrt{2}}{8}+\dfrac{1}{4}+\dfrac{\sqrt{2}}{4}+\cdots+16\sqrt{2}$

Ex 3 **: (**)** - Soit (u_n) la suite définie par $u_{n+1}=\dfrac{2u_n}{2+3u_n}$ et $u_0=1$

1) a) Dresser la table de valeurs et émettre des conjectures
   b) La suite (u_n) est-elle arithmétique ? Géométrique ? Justifier

2) On admet que $\forall n\in\mathbb{N}: u_n\neq 0$ et on pose $v_n=\dfrac{1}{u_n}$
   a) Démontrer que la suite (v_n) est arithmétique
   b) Donner l'expression de v_n en fonction de n et en déduire l'expression de u_n en fonction de n
   c) Étudier le sens de variation de la suite (u_n)
   d) Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}, 0\leqslant u_n\leqslant 1$

Ex 4 **: (**)** - Soit (u_n) la suite définie par $u_n=2\times\left(\dfrac{2}{3}\right)^n$

1) Dresser la table de valeurs et émettre des conjectures
2) Démontrer que (u_n) est une suite géométrique
3) Étudier le sens de variation de la suite (u_n)
4) Calculer la limite de la suite (u_n)
5) On pose $S_n=u_0+u_1+u_2+\cdots+u_n$
   a) Déterminer l'expression de S_n en fonction de n
   b) Calculer la limite de la suite (S_n)

Ex 5 **: (**)** - Soit (u_n) la suite définie par $u_{n+1}=\dfrac{u_n+6}{u_n+2}$ et $u_0=-1$

1) a) Dresser la table de valeurs et émettre des conjectures
   b) La suite (u_n) est-elle arithmétique ? Géométrique ? Justifier

2) On admet que $\forall n\in\mathbb{N}: u_n\neq 0$ et on pose $v_n=\dfrac{u_n-2}{u_n+3}$
   a) Démontrer que la suite (v_n) est géométrique de raison $\dfrac{-1}{4}$
   b) Donner l'expression de v_n en fonction de n et en déduire l'expression de u_n en fonction de n
   c) Étudier le sens de variation de la suite (u_n)
   d) Déterminer la limite de la suite (u_n)

Ex 6 **: (**)** - Soit la suite (u_n) définie par $u_{n+1}=0{,}5u_n+2{,}5$ et $u_0=1$

1) a) Dresser la table de valeurs et émettre des conjectures
   b) La suite (u_n) est-elle arithmétique ? Géométrique ? Justifier

2) On pose la suite (v_n) définie par $v_n=u_n-5$
   a) Démontrer que la suite (v_n) est géométrique
   b) Donner l'expression de v_n en fonction de n et en déduire l'expression de u_n en fonction de n
   c) Étudier le sens de variation de la suite (u_n)
   d) Déterminer la limite de la suite (u_n)

Ex 7 **: (***)** - Soit les suites : $u_n=\left(\dfrac{1}{2}\right)^n+2n-3$, $v_n=\left(\dfrac{1}{2}\right)^n-2n+3$,,

1) Montrer que la suite (a_n) définie par $a_n=u_n-v_n$ est arithmétique

2) Montrer que la suite (b_n) définie par $b_n=u_n+v_n$ est géométrique

3) Calculer les sommes $S_a=\sum_{k=0}^{20}a_n$ et $S_b=\sum_{k=0}^{20}b_n$

4) En déduire les sommes $S_u=\sum_{k=0}^{20}u_n$ et $S_v=\sum_{k=0}^{20}v_n$