Les Méthodes de bases pour le Devoir Commun

Les Suites

1) Calculer les termes d'une suite arithmétique
   soit $u_n=3+2n$; calculer u_{12} on obtient $u_{12}=3+2\times 12=27$

2) Calculer les termes d'une suite géométrique
   soit $u_n=6\times 0,8^n$; calculer u_{12} on obtient $u_{12}=6\times 0,8^{12}\simeq 0,412$

3) Justifier qu'une suite est arithmétique
   soit $u_n=3+2n$
   alors $u_{n+1}-u_n=(3+2(n+1))-(3+2n)=3+2n+2-3-2n=3$
   donc $u_{n+1}-u_n$ est constant
   donc (u_n) est arithmétique de raison $r=3$

4) Justifier qu'une suite est géométrique
   soit $u_n=6\times 0,8^n$
   alors $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}=\dfrac{6\times 0,8^{n+1}}{6\times 0,8^n}=0,8^{n+1-n}=0,8$
   donc $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$ est constant
   donc (u_n) est géométrique de raison $q=0,8$

5) Calculer la somme des termes d'une suite arithmétique
   soit $u_n=3+2n$; calculer $S=u_0+u_1+u_2+\cdots+u_{15}$
   on obtient $S=\dfrac{u_0+u_{15}}{2}\times 16=\dfrac{3+33}{2}\times 16=288$

6) Calculer la somme des termes d'une suite géométrique
   soit $u_n=6\times 0,8^n$; calculer $S=u_0+u_1+u_2+\cdots+u_{15}$
   on obtient $S=u_0\times\dfrac{1-q^{16}}{1-q}=6\times\dfrac{1-0,8^{16}}{1-0,8}\simeq 29,15$

Le Second degré

1) Résoudre une équation du type $ax^2+bx+c=0$
   résoudre $x^2-6x+8=0$; $\Delta=(-6)^2-4\times 1\times 8=4$
   $x_1=\dfrac{-(-6)-\sqrt{4}}{2}=2$ et $x_2=\dfrac{-(-6)+\sqrt{4}}{2}=4$

2) Résoudre une équation du type $ax^3+bx^2+cx=0$
   résoudre $x^3-6x^2+8x=0$ on obtient $(x)(x^2-6x+8)=0$
   donc $x=0$ ou $x^2-6x+8=0$
   donc $x=0$ ou $x=2$ ou $x=4$

3) Résoudre une équation du type $ax^4+bx^2+c=0$
   résoudre $x^4-6x^2+8=0$; on pose $X=x^2$
   donc on obtient $X^2-6X+8=0$ donc $X=2$ ou $X=4$
   donc $x^2=2$ ou $x^2=4$
   donc $x=\sqrt{2}$ ou $x=-\sqrt{2}$ ou $x=2$ ou $x=-2$

4) Résoudre une inéquation du type $ax^2+bx+c<0$ (ou >0)
   résoudre $x^2-6x+8<0$; on obtient le tableau de signes

x	$-\infty$		2		4		$+\infty$
x^2-6x+8		+	0	−	0	+	

Donc $S=]2;4[$

La Dérivation

1) Calculer la dérivée d'une fonction polynôme
   soit $f(x)=x^3-3x^2+4$
   alors $f'(x)=3x^2-3\times 2x+0=3x^2-6x$

2) Calculer la dérivée d'une fonction rationnelle
   soit $g(x)=\dfrac{4x^2+5x-5}{x+2}$
   alors $g'(x)=\dfrac{(8x+5)(x+2)-(4x^2+5x-5)}{(x+2)^2}$

donc $g'(x)=\dfrac{8x^2+5x+16x+10-4x^2-5x+5}{(x+2)^2}$

donc $g'(x)=\dfrac{4x^2+16x+15}{(x+2)^2}$

3) <u>Étudier les variations d'une fonction polynôme</u>

soit $f(x)=x^3-3x^2+4$; on a $f'(x)=3x^2-6x$

on calcule les racines de f' soit $3x^2-6x=0$

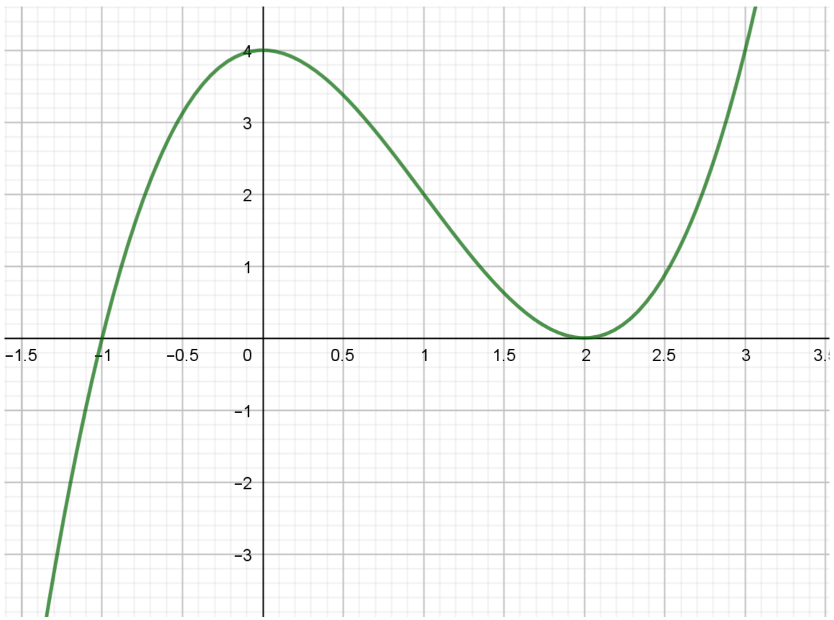
on obtient $x=0$ ou $x=2$ (avec une Factorisation ou un Delta)

on étudie le signe de $f'(x)$ avec un tableau de signes

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$3x^2-6x$		+	0	−	0	+	

on dresse le tableau de variations de f

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
signe de f'		+	0	−	0	+	
f	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$



4) <u>Étudier les variations d'une fonction rationnelle</u>

soit $g(x)=\dfrac{4x^2+5x-5}{x+2}$ alors $g'(x)=\dfrac{4x^2+16x+15}{(x+2)^2}$

on calcule les racines de f' soit $4x^2+16x+15=0$ et $(x+2)^2\neq 0$

on obtient les racines $x=-1{,}5$ et $x=-2{,}5$

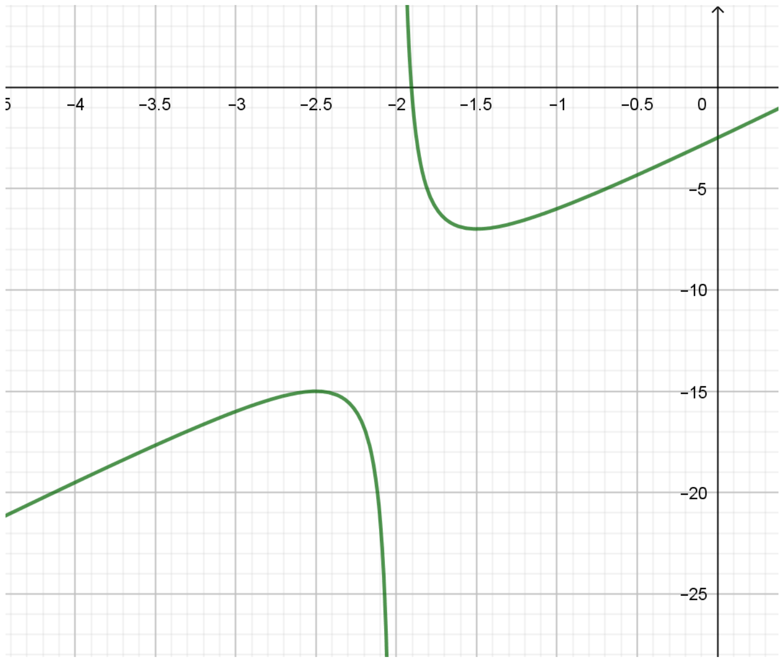
et la valeur interdite $x\neq -2$

on étudie le signe de $f'(x)$ avec un tableau de signes

x	$-\infty$		-2,5		-2		-1,5		$+\infty$
$4x^2+16x+15$		+	0	−		−	0	+	
$(x+2)^2$		+		+	0	+		+	
$f'(x)$		+	0	−	‖	−	0	+	

on dresse le tableau de variations de f

x	$-\infty$		-2,5		-2		-1,5		$+\infty$
signe de f'		+	0	−	‖	−	0	+	
f		↗	-15	↘	‖	↘	-7	↗	



5) <u>Déterminer l'équation d'une tangente à une courbe</u>

soit $f(x)=x^3-3x^2+4$; on a $f'(x)=3x^2-6x$

on cherche l'équation de la tangente (T) à C_f au point d'abscisse 1

on obtient $(T_1): y=f'(1)(x-1)+f(1)$

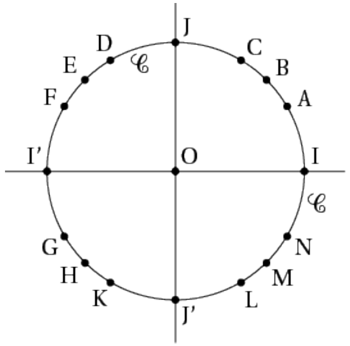
avec $f'(1)=-3$ et $f(1)=2$

donc on déduit $(T): y=-3x+5$

La Trigonométrie

1) <u>Déterminer le point image d'un angle sur le cercle trigonométrique</u>

on donne le cercle trigonométrique ci-contre



on cherche les points associés aux angles :

$\frac{4\pi}{3}$; $\frac{5\pi}{2}$; $\frac{-7\pi}{6}$; $\frac{-\pi}{6}$; $\frac{13\pi}{4}$

si $\alpha<-\pi$ alors on calcule $\alpha+2\pi$

si $\alpha>\pi$ alors on calcule $\alpha-2\pi$

on a : $K(\frac{4\pi}{3})$, $J(\frac{5\pi}{2})$, $F(\frac{-7\pi}{6})$,

$N(\frac{-\pi}{6})$ et $H(\frac{13\pi}{4})$

2) <u>Calculer le sinus d'un angle connaissant son cosinus</u>

soit $x\in[\frac{\pi}{2};\pi]$ avec $\cos(x)=\frac{-2}{3}$

on a $\cos^2(x)+\sin^2(x)=1$ donc $(\frac{-2}{3})^2+\sin^2(x)=1$

donc $\sin^2(x)=\frac{5}{9}$ donc $\sin(x)=\frac{\sqrt{5}}{3}$ ou $\frac{-\sqrt{5}}{3}$

or $x\in[\frac{\pi}{2};\pi]$ donc $\sin(x)>0$ donc $\sin(x)=\frac{\sqrt{5}}{3}$

3) <u>Calculer le cosinus d'un angle connaissant son sinus</u>

$x\in[-\pi;\frac{-\pi}{2}]$ avec $\sin(x)=\frac{-3}{5}$

on a $\cos^2(x)+\sin^2(x)=1$ donc $\cos^2(x)+(\frac{-3}{5})^2=1$

donc $\cos^2(x)=\frac{16}{25}$ donc $\cos(x)=\frac{4}{5}$ ou $\frac{-4}{5}$

or $x\in[-\pi;\frac{-\pi}{2}]$ donc $\cos(x)<0$ donc $\cos(x)=\frac{-4}{5}$

Les Probabilités

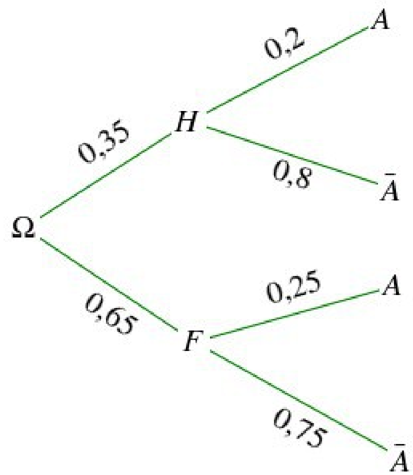
1) <u>Savoir construire un arbre pondéré</u>

on donne les données sur 2 événements suivants :

- F : "la personne est une femme"
- H : "la personne est un homme"
- A : "la personne est atteinte par une maladie"

- Il y a 35 % d'hommes dans cette population
- parmi les hommes, 20% sont atteints par la maladie
- pami les femmes, 75% ne sont pas atteintes par la maladie

On obtient l'arbre pondéré ci-contre



2) <u>Calculer une probabilité composée</u>

avec l'arbre précédent calculer $P(H\cap\overline{A})$

on obtient $P(H\cap\overline{A})=P(H)\times P_H(\overline{A})=0{,}35\times0{,}8=0{,}28$

3) <u>Calculer une probabilité totale</u>

avec l'arbre précédent calculer $P(A)$

on obtient $P(A)=P(H\cap A)+P(H\cap\overline{A})$

donc $P(A)=0{,}35\times0{,}2+0{,}65\times0{,}25=0{,}2325$

4) Calculer une probabilité conditionnelle

avec l'arbre précédent calculer $P_A(F)$

on obtient $P_A(F)=\dfrac{P(F\cap A)}{P(A)}=\dfrac{0{,}65\times0{,}25}{0{,}2325}\simeq 0{,}7$

5) Déterminer si deux événements sont indépendants

avec l'arbre précédent déterminer si F et A sont indépendants

on a $P(F\cap A)=0{,}65\times0{,}25=0{,}1625$

et $P(F)\times P(A)=0{,}65\times0{,}2325=0{,}151125$

donc $P(F\cap A)\neq P(F)\times P(A)$

donc F et A ne sont pas indépendants

Les Droites

1) Savoir construire une droite à l'aide de son équation cartésienne

soit la droite $(d):2x-5y+4=0$

si $y=0$ alors $2x+4=0$ donc $x=-2$ donc $A(-2;0)\in(d)$

si $y=2$ alors $2x-6=0$ donc $x=3$ donc $B(3;2)\in(d)$

on place les points A et B et $(d)=(AB)$

2) Déterminer l'équation cartésienne d'une droite

soient les points $A(-2;2)$ et $B(2;-3)$

on cherche l'équation cartésienne de la droite (AB)

on a $(AB):ax+by+c=0$ soit $M(x;y)\in(AB)$

alors les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires

donc $det(\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AB})=0$

donc $\begin{vmatrix}x+2 & 4\\ y-2 & -5\end{vmatrix}=0$ donc $-5(x+2)-4(y-2)=0$

donc $(AB):-5x-4y-2=0$ ou $(AB):5x+4y+2=0$

3) Déterminer l'équation d'une droite parallèle à une droite donnée

soit $(d)//(AB)$ avec $C(4;-1)\in(d)$

on cherche l'équation cartésienne de la droite (d)

ainsi (d) et (AB) possèdent les mêmes vecteurs-directeurs

donc l'équation de (d) est du type $5x+4y+c=0$

or $C(4;-1)\in(d)$ donc $5\times4+4\times(-1)+c=0$ donc $c=-16$

donc $(d):5x+4y-16=0$

4) Déterminer l'équation d'une droite perpendiculaire à une droite donnée

soit $(d')\perp(AB)$ avec $E(5;2)\in(d')$

on cherche l'équation cartésienne de la droite (d')

ainsi le vecteur normal de (AB) est directeur pour (d')

donc l'équation de (d') est du type $4x-5y+c=0$

or $E(5;2)\in(d')$ donc $4\times5-5\times2+c=0$ donc $c=-10$

donc $(d'):4x-5y-10=0$

5) Déterminer les coordonnées du point d'intersection de deux droites

soient $(d):3x+2y-1=0$ et $(d'):x-3y+7=0$

soint $M(x;y)\in(d)\cap(d')$

alors $M(x;y)$ vérifie le système $\begin{cases}3x+2y=1\\ x-3y=-7\end{cases}$

on annote chaque équation : $\begin{cases}3x+2y=1(L_1)\\ x-3y=-7(L_2)\end{cases}$

donc $\begin{cases}3x+2y=1(L_1)\\ 3x-9y=-21(3L_2)\end{cases}$ donc $\begin{cases}3x+2y=1(L_1)\\ 11y=22(L_1-L_2)\end{cases}$

donc $\begin{cases}3x+2y=1(L_1)\\ y=2(L_2)\end{cases}$ donc $\begin{cases}x=-1(L_1)\\ y=2(L_2)\end{cases}$

donc $M(-1;2)$