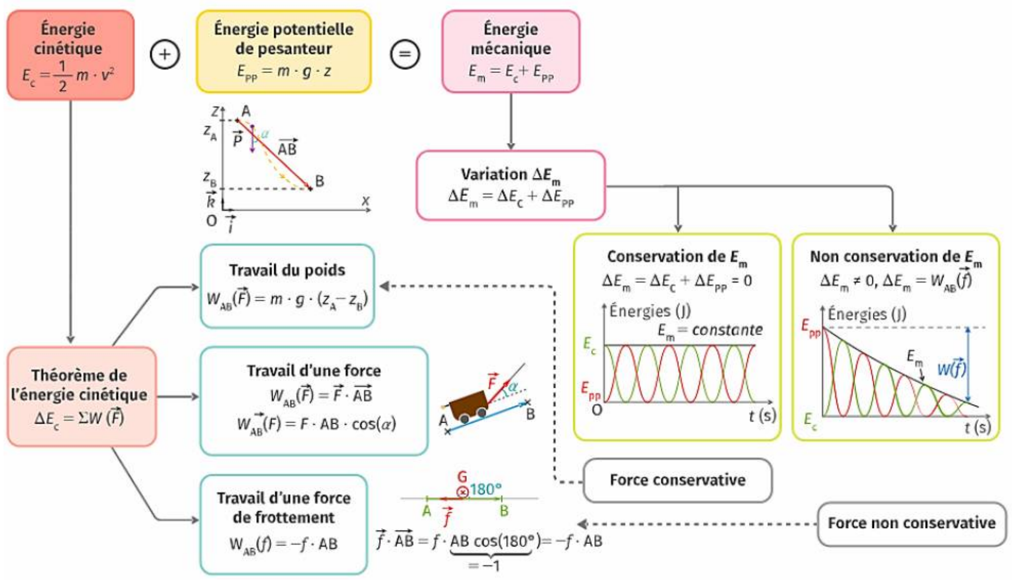
Résumé du COURS



Niveau (*)

Ex 1 :

L'énergie cinétique de la tortue vaut :

$$\mathscr{E}_c = \frac{1}{2} m \times v^2 = \frac{1}{2} \times 1{,}50 \text{ kg} \times \left(\frac{0{,}25}{3{,}6} \text{m} \cdot \text{s}^{-1}\right)^2 = 3{,}6 \times 10^{-3} \text{ J}$$

Ex 2 :

L'énergie cinétique du cycliste est 3,2 kJ. On en déduit sa vitesse :

$$\mathscr{E}_c = \frac{1}{2} m \times v^2$$

Donc

$$v = \sqrt{\frac{2\,\mathscr{E}_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 3{,}2 \times 10^3 \text{ J}}{70 \text{ kg}}} = 9{,}6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Ex 3 :

On utilise le théorème de l'énergie cinétique :

$$\Delta \mathscr{E}_{c_{A \to B}} = \frac{1}{2} m \times v_B^2 - \frac{1}{2} m \times v_A^2 = W_{A \to B}(\vec{F})$$

La valeur de la vitesse v_A étant nulle, on en déduit :

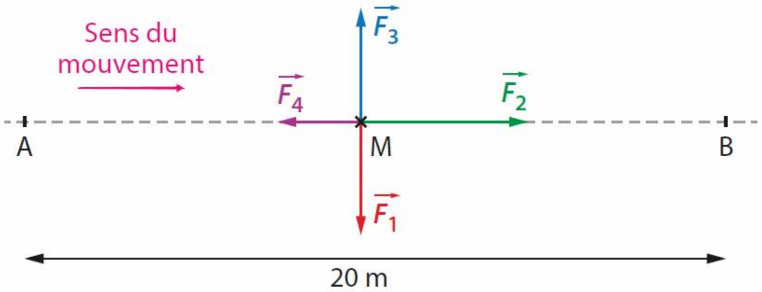
$$\frac{1}{2} m \times v_B^2 = W_{A \to B}(\vec{F})$$

donc

$$v_B = \sqrt{\frac{2\, W_{A \to B}(\vec{F})}{m}}$$

Ex 4 :

1. La force de frottement est la force $\vec{F_4}$ car son sens est opposé à celui du mouvement qui s'effectue de A vers B.



2. Les forces sont représentées à l'échelle. Ainsi :

Valeur de la force	Distance de représentation
$F_2 = 300$ N	1,4 cm
F_4	0,7 cm

$$F_4 = 300 \text{ N} \times \frac{0{,}7 \text{ cm}}{1{,}4 \text{ cm}} = 1{,}5 \times 10^2 \text{ N}$$

Remarque : suivant le support utilisé les longueurs peuvent être différentes mais le segment fléché représentant $\vec{F_4}$ est toujours deux fois plus petit que celui représentant $\vec{F_2}$.

On peut alors calculer le travail de cette force :

$$W_{A \to B}(\vec{F}) = \vec{F_4} \cdot \vec{AB} = F_4 \times AB \times \cos(180°) = 150 \text{ N} \times 20 \text{ m} \times (-1)$$
$$= -3{,}0 \times 10^3 \text{ J}$$

Ex 5 :

Au cours de sa chute, le système est soumis à son poids qui est une force conservative. La variation de l'énergie potentielle de pesanteur est égale à l'opposé du travail du poids.

Dans ce cas :

$$\Delta\mathscr{E}_{pA\to B} = -\,W_{A\to B}\left(\vec{P}\right) = -m\times g\times\left(z_A - z_B\right)$$
$$= -3{,}0\ \text{kg}\times 10\ \text{N}\cdot\text{kg}^{-1}\times 10\ \text{m} = -\ 3{,}0\times 10^2\ \text{J}$$

L'énergie potentielle de pesanteur du système a diminué de $3{,}0\times 10^2$ joules.

Ex 6 :

L'énergie potentielle de pesanteur vaut 45 J.

$$\mathscr{E}_p = m\times g\times z \text{ donc } z = \frac{\mathscr{E}_p}{m\times g} = \frac{45\ \text{J}}{3{,}0\ \text{kg}\times 10\ \text{N}\cdot\text{kg}^{-1}} = 1{,}5\ \text{m}$$

Le pot de fleur est situé à 1,5 mètre du sol.

Ex 7 :

L'altitude initiale est $z_i = h$.

Pour la position initiale :

$$\mathscr{E}_{m,\,i} = \mathscr{E}_{c,\,i} + \mathscr{E}_{p,\,i} = \frac{1}{2}m\times v_i^2 + m\times g\times h$$

Comme la vitesse initiale est nulle, on en déduit : $\mathscr{E}_{m,\,i} = m\times g\times h$

Juste avant de toucher le sol, l'énergie mécanique du système est :

$$\mathscr{E}_{m,\,sol} = \mathscr{E}_{c,sol} + \mathscr{E}_{p,sol} = \frac{1}{2}m\times v_{sol}^2 + m\times g\times z_{sol}$$

Comme l'altitude z_{sol} est nulle au niveau du sol, on en déduit :

$$\mathscr{E}_{m,\,sol} = \frac{1}{2}m\times v_{sol}^2$$

La pierre n'est soumise qu'à des forces conservatives puisqu'on néglige l'action de l'air. Son énergie mécanique se conserve, donc : $\mathscr{E}_{m,\,i} = \mathscr{E}_{m,\,sol}$

d'où : $m\times g\times h = \frac{1}{2}m\times v_{sol}^2$

et finalement : $v_{sol} = \sqrt{2\ g\times h}$

Niveau (**)

Ex 8 :

Utilisation de la piste pour débutants

1. Dans la position initiale, notée A, l'énergie mécanique de la personne qui glisse est :

$$\mathscr{E}_{m\,A} = \frac{1}{2}\,m\times v_A^2 +\ m\times g\times z_A$$

Comme la vitesse en ce point est nulle, on en déduit :

$\mathscr{E}_{m\,A} = m\times g\times z_A$

2. On néglige les frottements et l'action de l'air, ainsi on peut considérer que l'énergie mécanique se conserve.

3. Comme l'énergie mécanique se conserve, on a : $\mathscr{E}_{m\,A} = \mathscr{E}_{m\,O}$

Cela conduit à : $\frac{1}{2}\,m\times v_A^2 + m\times g\times z_A = \frac{1}{2}\,m\times v_O^2 +\ m\times g\times z_O$

Comme $v_A = 0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, on en déduit : $v_O = \sqrt{2\ g\times(\ z_A - z_O)}$

$$v_O = \sqrt{2\times 9{,}81\ \text{N}\cdot\text{kg}^{-1}\times(3{,}20\ \text{m} - 0{,}90\ \text{m})}$$
$$v_O = 6{,}7\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

On retrouve bien la valeur annoncée dans le texte.

Utilisation de la piste pour experts

4. La valeur de la vitesse en O' (sortie du tremplin) est deux fois plus importante que celle acquise avec la piste pour débutants, soit $v_{O'} =\ 13{,}4\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

En considérant qu'il y a conservation de l'énergie mécanique, il vient : $\mathscr{E}_{m\,A'} = \mathscr{E}_{m\,O'}$

donc : $\frac{1}{2}\,m\times v_{A'}^2 + m\times g\times z_{A'} = \frac{1}{2}\,m\times v_{O'}^2 + m\times g\times z_{O'}$

Comme $v_{A'} = 0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, $z_{A'} = \frac{1}{2g}\,v_{O'}^2 + z_{O'}$

$$z_{A'} = \frac{1}{2\times 9{,}81\ \text{N}\cdot\text{kg}^{-1}}\times\left(13{,}4\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}\right)^2 + 1{,}50\ \text{m}$$

$z_{A'} = 10,7\ \text{m}$

La hauteur H_2 au départ de la piste experts est 10,7 m.

Ex 9 :

1. a. Entre sa position initiale, que nous noterons A et sa position finale, que nous noterons B, la variation d'énergie potentielle de pesanteur de Luke AIKINS est :

$$\Delta\mathscr{E}_{p_{A\to B}} = -W_{A\to B}(\vec{P}) = -m\times g\times(z_A - z_B)$$

b. La différence $z_A - z_B$ est la « hauteur de chute », elle est égale à 7 600 m.

La variation d'énergie potentielle de pesanteur est donc égale à :

$$\Delta\mathscr{E}_{p_{A\to B}} = -80,0\ \text{kg}\times 9,81\ \text{N}\cdot\text{kg}^{-1}\times 7600\ \text{m} = -5,96\times10^6\ \text{J}$$

2. a. Lors d'une chute libre le système n'est soumis qu'à son poids. L'énergie mécanique du système se conserve et on peut écrire $\mathscr{E}_{mA} = \mathscr{E}_{mB}$ ou $-\Delta\mathscr{E}_{m_{A\to B}} = 0\ \text{J}$.

Ainsi : $\Delta\mathscr{E}_{c_{A\to B}} = -\Delta\mathscr{E}_{p_{A\to B}} = 5,96\times10^6\ \text{J}$.

b. La variation d'énergie cinétique $\Delta\mathscr{E}_{c_{A\to B}}$ est égale à :

$$\Delta\mathscr{E}_{c_{A\to B}} = \frac{1}{2}m\times v_B^2 - \frac{1}{2}m\times v_A^2$$

Comme la vitesse initiale est nulle, il vient : $\Delta\mathscr{E}_{c_{A\to B}} = \frac{1}{2}m\times v_B^2$

Donc : $v_B = \sqrt{\dfrac{2\times\Delta\mathscr{E}_{cA\to B}}{m}}$ $\quad v_B = \sqrt{\dfrac{2\times5,96\times10^6\ \text{J}}{80,0\ \text{kg}}}$

$v_B = 386\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

3. La valeur réelle de la vitesse est inférieure à celle que l'on obtiendrait avec une chute libre. Les forces de frottement, non conservatives, ne sont donc pas négligeables. Ce sont elles qui freinent la chute.

Ex 10 :

Freinage d'un véhicule

1. La force $\vec{F_1}$ correspond au poids du véhicule.

La force $\vec{F_2}$ correspond à l'action perpendiculaire du support.

La force $\vec{F_3}$ correspond à la « force de freinage ».

2. Pour le poids du véhicule : $\widehat{\vec{F_1}\,;\,\vec{AB}} = 90°$.

Le travail a donc pour expression :

$$W_{A\to B}(\vec{F_1}) = \vec{F_1}\cdot\vec{AB} = F_1\times AB\times\cos\left(\widehat{\vec{F_1}\,;\,\vec{AB}}\right) = 0\ \text{J}$$

Pour l'action normale du support : $\widehat{\vec{F_2}\,;\,\vec{AB}} = 90°$.

Le travail a donc pour expression :

$$W_{A\to B}(\vec{F_2}) = \vec{F_2}\cdot\vec{AB} = F_2\times AB\times\cos\left(\widehat{\vec{F_2}\,;\,\vec{AB}}\right) = 0\ \text{J}$$

Pour la « force de freinage » : $\widehat{\vec{F_3}\,;\,\vec{AB}} = 180°$.

Le travail a donc pour expression :

$$W_{A\to B}(\vec{F_3}) = \vec{F_3}\cdot\vec{AB} = F_3\times AB\times\cos\left(\widehat{\vec{F_3}\,;\,\vec{AB}}\right) = -F_3\times AB$$

3. Par application du théorème de l'énergie cinétique :

$$\Delta\mathscr{E}_{c_{A\to B}} = \frac{1}{2}m\times v_B^2 - \frac{1}{2}m\times v_A^2 = W_{A\to B}(\vec{F_3})$$

Ici $v_B = 0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, donc : $\Delta\mathscr{E}_{c_{A\to B}} = -\frac{1}{2}m\times v_A^2 = -F_3\times AB$

Ainsi : $F_3 = \dfrac{m\times v_A^2}{2\ AB} = \dfrac{1000\ \text{kg}\times\left(\dfrac{80}{3,6}\text{m}\cdot\text{s}^{-1}\right)^2}{2\times50\ \text{m}} = 4,9\times10^3\ \text{N}$