1ère B **SOS maths – Exponentielles - *Correction*** **mai 2022**

***Ex 1 :* (*) -** Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations exponentielles suivantes :

$(E_1): e^{2-x}=e^x$ donc $2-x=x$ donc $x=1$

$(E_2): e^{2x+3}=1$ donc $e^{2x+3}=e^0$ donc $2x+3=0$ donc $x=-1{,}5$

$(E_3): e^{5-x2}=e$ donc $e^{5-x^2}=e^1$ donc $-x^2+5=1$ donc $x^2=4$
donc $x=-2$ ou $x=2$

$(E_4): e^x=\dfrac{2}{1+e^x}$ donc $e^x(1+e^x)=2$ donc $e^{2x}+e^x-2=0$

on pose $X=e^x$ donc $X^2+X-2=0$ alors $\Delta=9$ donc $X=1$ ou $X=-2$
donc on obtient $e^x=1$ ou $e^x=-2$ or $e^x>0$ donc $e^x=1$ donc $x=0$

Ex 2 **: (**)** - Étudier globalement les fonctions suivantes sur $\mathbb{R}$:

a) $f(x)=(-4)e^{3-2x}$ donc $f'(x)=8e^{3-2x}$
$e^{3-2x}\neq 0$ et $e^{3-2x}>0$ donc $f'(x)>0$ (aucune racine de la dérivée)

on en déduit le tableau de variations de f :

x	$-\infty$		2,2		$+\infty$
signe de f'		+	|	+	
f	$-\infty$	↗	1	↗	0

b) $f(x)=\dfrac{e^x-2}{e^x+2}$; $f'(x)=\dfrac{4e^x}{(e^x+2)^2}$
or $4e^x>0$ et $(e^x+2)^2>0$ donc $f'(x)>0$

on en déduit le tableau de variations de f :

x	$-\infty$		1		$+\infty$
signe de f'		+	|	+	
f	-1	↗	0,15	↗	1

c) $f(x)=(1-x)e^x$ donc $f'(x)=(-1)e^x+(1-x)e^x=(-x)e^x$

$f'(x)=0$ donne $(-x)e^x=0$ donc $-x=0$ (car $e^x\neq 0$) donc $x=0$
$f'(x)>0$ donne $(-x)e^x>0$ donc $-x>0$ (car $e^x>0$) donc $x<0$
n en déduit le tableau de variations de f :

x	$-\infty$		0		$+\infty$
signe de f'		+	0	−	
f	0	↗	1	↘	$-\infty$

d) $f(x)=1-x^2e^x$ donc $f'(x)=(-2x)e^x+(-x^2)e^x=(-x^2-2x)e^x$

$f'(x)=0$ donne $(-x^2-2x)e^x=0$ donc $-x^2-2x=0$ (car $e^x\neq 0$)
donc $x=0$ ou $x=-2$
$f'(x)>0$ donne $(-x^2-2x)e^x>0$ donc $-x^2-2x>0$ (car $e^x>0$)
donc $-2<x<0$
on en déduit le tableau de variations de f :

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
signe de f'		−	0	+	0	−	
f	0	↘	0,46	↗	1	↘	$-\infty$

e) $f(x)=x^2e^{-x}$ donc $f'(x)=(2x)e^{-x}+x^2(-e^{-x})=(-x^2+2x)e^{-x}$

$f'(x)=0$ donne $(-x^2+2x)e^{-x}=0$ donc $-x^2+2x=0$ (car $e^{-x}\neq 0$)
donc $x=0$ ou $x=2$
$f'(x)>0$ donne $(-x^2+2x)e^{-x}>0$ donc $-x^2+2x>0$ (car $e^{-x}>0$)
donc $0<x<2$

on en déduit le tableau de variations de f :

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
signe de f'		−	0	+	0	−	
f	$+\infty$	↘	0	↗	0,54	↘	0

f) $f(x)=e^{-x^2+2x}$ donc $f'(x)=(-2x+2)e^{-x^2+2x}$

$f'(x)=0$ donne $(-2x+2)e^{-x^2+2x}=0$ donc $-2x+2=0$ donc $x=1$

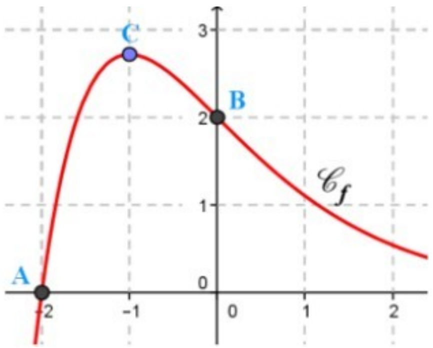
$f'(x)>0$ donne $(-2x+2)e^{-x^2+2x}>0$ donc $-2x+2>0$ donc $x<1$

on en déduit le tableau de variations de f :

x	$-\infty$		1		$+\infty$
signe de f'		+	0	−	
f	0	↗	e	↘	0

Ex 3 : **(***) -** La courbe C_f représente une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=(ax+b)e^{-x}$ où a, b sont 2 réels.

On sait que C_f passe par les points $A(-2;0)$ et $B(0;2)$; de plus la tangente (T) à la courbe C_f au point C d'abscisse -1 est horizontale



1) Calculer la dérivée $f'(x)$ en fonction de a, b

$f'(x)=(-ax+a-b)e^{-x}$

2) Déterminer les valeurs de a, b à l'aide des données

$\begin{cases} f(-2)=0 \\ f(0)=2 \\ f'(-1)=0 \end{cases}$ donc $\begin{cases} -2a+b=0 \\ b=2 \\ 2a-b=0 \end{cases}$ donc $\begin{cases} 2a-b=0 \\ b=2 \end{cases}$ et $\begin{cases} a=1 \\ b=2 \end{cases}$

3) Étudier globalement la fonction f sur $\mathbb{R}$

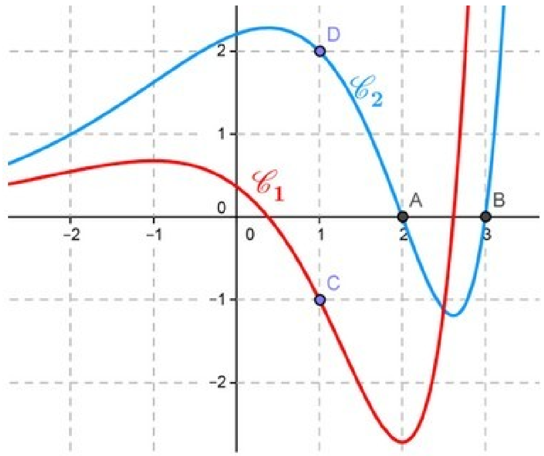
$f(x)=(x+2)e^{-x}$

on obtient le tableau de variations de f :

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
signe de f'		+	0	−	
f	$-\infty$	↗	e	↘	0

Ex 4 **: (***)** - On donne les graphiques (C_1) et (C_2) ci-dessous

La courbe (C_1) correspond à la dérivée f' et la courbe (C_2) correspond à la fonction f avec $f(x)=(x^2+ax+b)e^{x+c}$ où $a, b, c \in \mathbb{R}$



1) on a $\begin{cases} f(2)=0 \\ f(3)=0 \end{cases}$ donc

$\begin{cases} 2a+b+4=0 \\ 3a+b+9=0 \end{cases}$ donc

$\begin{cases} 2a+b=-4 \\ 3a+b=-9 \end{cases}$

2) Déterminer les valeurs de a et b

on obtient $a=-5$ et $b=6$

3) Calculer $f'(x)$ en fonction de c

on a $f'(x)=(2x+a)e^{x+c}+(x^2+ax+b)e^{x+c}$

soit $f'(x)=(x^2+(a+2)x+a+b)e^{x+c}$

ou encore $f'(x)=(x^2-3x+1)e^{x+c}$

4) En utilisant le point $C(1;-1)$ déterminer la valeur de c

$f'(1)=-1$ donc $(-1)e^{1+c}=-1$ donc $e^{1+c}=1$ donc $c=-1$

5) Étudier globalement la fonction f sur $\mathbb{R}$

$f(x)=(x^2-5x+6)e^{x-1}$

les racines de la dérivée sont $x_1=\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}$ et $x_2=\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}$

on en déduit le tableau de variations de f :

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
signe de f'		+	0	−	0	+	
f	0	↗	2,28	↘	-1,19	↗	$+\infty$