Exercice 1

Proposition : pour tous nombres réels a et b
$a=b \iff e^a=e^b$

Résoudre les équations suivantes :

a. $e^{5x+1}=e^{2x}$ b. $e^{3x+1}=1$ c. $\dfrac{e^{1-3x}}{e}=1$

Exercice 2*

Résoudre les équations :

a. $e^x\cdot(e^{2x}-e^2)=0$ b. $(e^{3x-1}-1)(e^{2-x}-e)=0$

c. $x\cdot e^x-x=0$

Exercice 3*

Résoudre les équations suivantes :

a. $e^x+e^{-x}=0$ b. $e^{3x+1}=e^{-2x+3}$

c. $e^{2x}-1=0$ d. $x\cdot e^{2x}-2\cdot e^{2x}=0$

Exercice 4

Résoudre les inéquations suivantes :

a. $e^x-e^{-x}>0$ b. $x\cdot e^{-x}-3\cdot e^{-x}<0$

Exercice 5*

Résoudre les inéquations suivantes sur $\mathbb{R}$:

a. $e^{2x}+3e^x<4$ b. $e^x+e^{-x}<2$

Indication : on identifiera ces inéquations à des inéquations polynômiales de degré 2.

Exercice 6

On considère la fonction f définie par : $f(x)=3\cdot e^{1-2x}$

1. Déterminer l'expression de la fonction f', dérivée de la fonction f. Puis, en déduire le signe de f' sur $\mathbb{R}$.
2. En déduire le sens de variations de la fontion f sur $\mathbb{R}$.

Exercice 7*

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :
$f(x)=(x+1)\cdot e^{-2x+3}$.

Parmi les quatre propositions proposées, laquelle est vraie? La fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et sa fonction dérivée f' est donnée par :

a. $f'(x)=-2\cdot e^{-2x+3}$ b. $f'(x)=e^{-2x+3}$

c. $f'(x)=(-2x+3)e^{-2x+3}$ d. $f'(x)=(-2x-1)e^{-2x+3}$

Exercice 8*

On considère un fonction définie et dérivable sur l'intervalle $[-3;2]$. On note f' la fonction dérivée de la fonction f. On donne les informations suivantes sur la fonction f :
$f(0)=3 \quad ; \quad f'(1)=0 \quad ; \quad f'(0)=0{,}5$

On admet qu'il existe trois réels a, b, c pour lesquels la fonction f définie ci-dessus est définie, pour tout x de $[-3;2]$, par : $f(x)=(a\cdot x^2+b\cdot x+c)\cdot e^x+5$.

1. En utilisant une des informations précédentes, justifier que $c=-2$.
2. On admet que la fonction dérivée f' est donnée, pour tout réel x de $[-3;2]$, par :
$f'(x)=\big[a\cdot x^2+(2\cdot a+b)\cdot x-2+b\big]\cdot e^x$

   En utilisant les informations précédentes, justifier que $b=2{,}5$ puis que $a=-1$.

Exercice 9

On admet que la fonction f est définie, pour tout réel x de l'intervalle $[-2;4]$ par : $f(x)=(x+2)\cdot e^{-x+1}$

On note f' la fonction dérivée de f.

1. Montrer que, pour tout x de l'intervalle $[-2;4]$, on a :
$f'(x)=-(x+1)\cdot e^{-x+1}$
2. Etudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[-2;4]$, puis dresser le tableau de variations de f sur cet intervalle.

Exercice 10

On admet que la fonction f est définie par :
$f(x)=(x^2-2\cdot x+1)\cdot e^{-2\cdot x+6}$

1. Monter que $f'(x)=(-2\cdot x^2+6\cdot x-4)\cdot e^{-2\cdot x+6}$, où f' désigne la fonction dérivée de la fonction f.
2. Etudier le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0{,}7;6]$ et dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0{,}7;6]$.
On ne demande pas de calculer les ordonnées.

Exercice 11*

Pour chaque ligne, le tableau ci-dessous donne l'expression de la fonction dérivée f' de la fonction f :

$f(x)=\dfrac{e^x}{x+1}$	$f'(x)=\dfrac{x\cdot e^x}{(x+1)^2}$
$f(x)=\dfrac{2\cdot x+1}{e^x}$	$f'(x)=\dfrac{-2\cdot x+1}{e^x}$
$f(x)=\dfrac{3\cdot e^x+1}{e^x-1}$	$f'(x)=\dfrac{-4\cdot e^x}{(e^x-1)^2}$

Vérifier la véracité de chacune des expressions f' données.

Exercice 12

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $f(x)=\dfrac{e^x}{x}$

1. Montrer que la fonction f', dérivée de la fonction f, admet pour expression :
$f'(x)=\dfrac{(x-1)\cdot e^x}{x^2}$
2. a. Dresser le tableau de signes de la fonction f'.
   b. En déduire le tableau de variations de la fonction f.

   Indication : on admet les deux limites :
   $\lim\limits_{x\mapsto 0^+} f(x)=+\infty \quad ; \quad \lim\limits_{x\mapsto+\infty} f(x)=+\infty$

