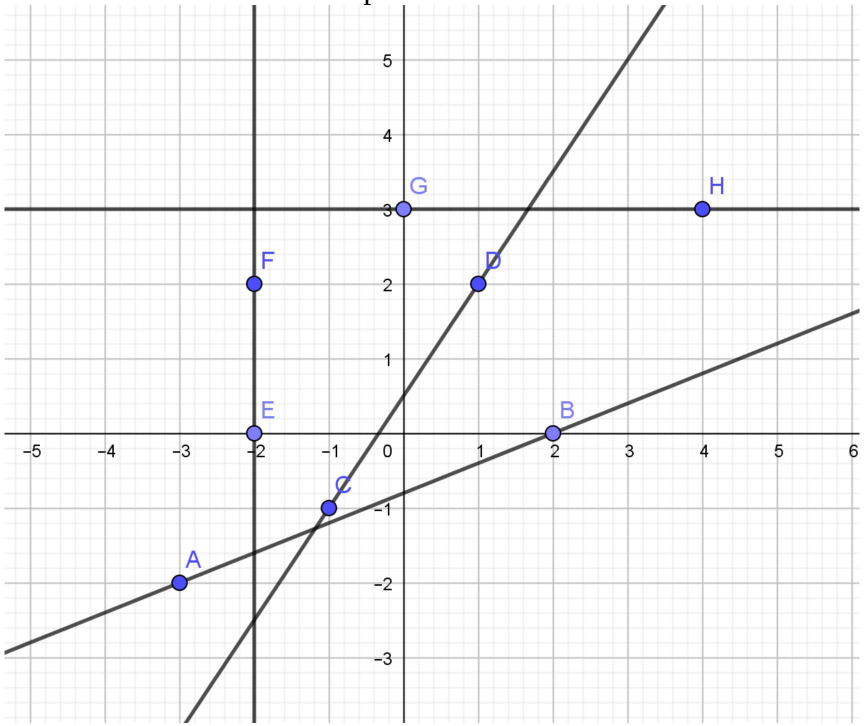
Ex 1 **: (*) - 3 pts**

On donne les droites suivantes dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$

$(d_1): y=\frac{2}{5}x-\frac{4}{5}$, $(d_2): 3x-2y+1=0$, $(d_3): x=-2$, $(d_4): -2y+6=0$

1) Construire dans un même repère ces 4 droites



$A(-3;-2), B(2;0)\in(d_1)$; $C(-1;-1), D(1;2)\in(d_2)$,
$E(-2;0), F(-2;2)\in(d_3)$; $G(0;3), H(4;3)\in(d_4)$

2) Pour chaque droite donner un vecteur directeur et un vecteur normal

- $\vec{u_1}\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$ est directeur de (d_1) et $\vec{n_1}\begin{pmatrix}-2\\5\end{pmatrix}$ est normal à (d_1)
- $\vec{u_1}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$ est directeur de (d_2) et $\vec{n_1}\begin{pmatrix}3\\-2\end{pmatrix}$ est normal à (d_2)
- $\vec{j}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ est directeur de (d_3) et $\vec{i}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$ est normal à (d_3)
- $\vec{i}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$ est directeur de (d_4) et $\vec{j}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ est normal à (d_4)

Ex 2 **: (*) - 2 pts**

On donne les points $A(-2;5)$ et $B(3;-1)$ dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$; Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB)

un vecteur directeur de (d) est $\vec{u}=\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}5\\-6\end{pmatrix}$

Soit $M(x;y)\in(d)$ alors $det(\overrightarrow{AM},\vec{u})=0$

donc on déduit que $\begin{vmatrix}x+2 & 5\\ y-5 & -6\end{vmatrix}=0$ donc $-6(x+2)-5(y-5)=0$

donc on obtient $(d): 6x+5y-13=0$

Ex 3 **: (*) - 3 pts**

Soit la droite (d) passant par le point $E(4;-2)$ et de vecteur normal $\vec{n}\begin{pmatrix}-1\\3\end{pmatrix}$ dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) Donner les coordonnées d'un vecteur directeur $\vec{u}$ de la droite (d)

   un vecteur directeur de (d) est $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}$

2) En déduire une équation cartésienne de (d)

   Soit $M(x;y)\in(d)$ alors $det(\overrightarrow{EM},\vec{u})=0$

   donc on déduit que $\begin{vmatrix}x-4 & 3\\ y+2 & 1\end{vmatrix}=0$ donc $1(x-4)-3(y+2)=0$

   donc on obtient $(d): x-3y-10=0$

Ex 4 **: (**) - 3 pts**

On donne les droites suivantes dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$

$(d): 4x+3y-2=0$ et $(d'): -2x+y+4=0$

1) Justifier que les droites (d) et (d') sont sécantes

   un vecteur directeur de (d) est $\vec{u}\begin{pmatrix}-3\\4\end{pmatrix}$

   un vecteur directeur de (d') est $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$

   ainsi $det(\vec{u},\vec{v})=(-3)\times2-4\times1=-10\neq0$

   donc $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires
   donc (d) et (d') sont sécantes

2) Déterminer les coordonnées du point d'intersection E des droites (d) et (d') par la méthode de votre choix

$M(x;y)\in(d)\cap(d')$ donc $\begin{cases}4x+3y=2\\-2x+y=-4\end{cases}$ donc $\begin{cases}4x+3y=2\\-4x+2y=-8\end{cases}$

par addition des 2 équations on obtient : $5y=-6$ donc $y=-1{,}2$

de même $\begin{cases}4x+3y=2\\-2x+y=-4\end{cases}$ donc $\begin{cases}4x+3y=2\\6x-3y=12\end{cases}$

par addition des 2 équations on obtient : $10x=14$ donc $x=1{,}4$

en conclusion $S=\{E(1{,}4\ ;-1{,}2)\}$

Ex 5 **: (**) - 4 pts**

Soit les lieux géométriques suivants dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$

$(E_1): x^2+y^2-2x+4y-4=0$, $(E_2): x^2+y^2+2x-2y+3=0$

$(E_3): x^2+y^2-6y+9=0$, $(E_4): x^2+y^2+4x+3=0$

1) Déterminer l'écriture canonique de chaque lieu géométrique

$(E_1): x^2+y^2-2x+4y-4=0$ donc $(E_1):(x^2-2x)+(y^2+4y)=4$

donc $(E_1):(x-1)^2-1+(y+2)^2-4=4$

donc $(E_1):(x-1)^1+(y+2)^2=9$

$(E_2): x^2+y^2+2x-2y+3=0$ donc $(E_2):(x^2+2x)+(y^2-2y)=-3$

donc $(E_2):(x+1)^2-1+(y-1)^2-1=-3$

donc $(E_2):(x+1)^2+(y-1)^2=-1$

$(E_3): x^2+y^2-6y+9=0$ donc $(E_3):(x^2)+(y^2-6y)=-9$

donc $(E_3):(x-0)^2+(y-3)^2-9=-9$ donc $(E_3):(x-0)^2+(y-3)^2=0$

$(E_4): x^2+y^2+4x+3=0$ donc $(E_4):(x^2+4x)+(y^2)=-3$

donc $(E_4):(x+2)^2-4+(y-0)^2=-3$ donc $(E_4):(x+2)^2+(y-0)^2=1$

2) En déduire la nature de ces lieux en indiquer les éléments caractéristiques

$(E_1):(x-1)^1+(y+2)^2=9$ donc (E_1) est le cercle de centre $A(1;-2)$ et de rayon $r=3$

$(E_2):(x+1)^2+(y-1)^2=-1$ donc (E_2) est l'ensemble vide

$(E_3):(x-0)^2+(y-3)^2=0$ donc (E_3) est le point $B(0;3)$

$(E_4):(x+2)^2+(y-0)^2=1$ donc (E_4) est le cercle de centre $C(-2;0)$ et de rayon $r'=1$

Ex 6 **: (***) - 3 pts – BONUS**

Soit la droite $(d): x+y-1=0$ et le cercle $(C):(x-1)^2+(y-2)^2=10$

Déterminer les coordonnées des points d'intersections de (d) et (C)

$M(x;y)\in(d)\cap(C)$ donc $\begin{cases}x+y-1=0\\(x-1)^2+(y-2)^2=10\end{cases}$

donc $\begin{cases}y=-x+1\\(x-1)^2+(y-2)^2=10\end{cases}$

par substitution de la 1ère équation dans la 2nde on obtient :

$(x-1)^2+(-x+1-2)^2=10$

donc $(x-1)^2+(-x-1)^2=10$

donc $x^2-2x+1+x^2+2x+1=10$

donc $2x^2-8=0$

donc $x^2-4=0$

donc $x=2$ ou $x=-2$

en remplaçant ces 2 valeurs dans la 1ère équation on obtient :

$y=-2+1=-1$ ou $y=-(-2)+1=3$

en conclusion : $S=\{A(2\ ;-1);B(-2;3)\}$