SOS maths - 1ère B - Vendredi 10/12/21

Exercice 1

Pour deux fonctions u et v définies sur un intervalle I, la fonction produit $u{\cdot}v$ admet pour dérivée la fonction notée $(u{\cdot}v)'$ définie pour tout $x\in I$ par :

$$(u\cdot v)'(x) = u'(x)\cdot v(x) + u(x)\cdot v'(x)$$

1. Compléter le tableau ci-dessous, où la fonction u' *(resp. v')* est la fonction dérivée de la fonction u *(resp. v)* :

$u(x)$	$v(x)$	$u'(x)$	$v'(x)$
$3{\cdot}x^2+3{\cdot}x$	$2{\cdot}x+2$		
$2{\cdot}x^2+1$	$\sqrt{x}$		
$\dfrac{1}{x}$	$3-x^2$		
$\dfrac{2}{x}$	$\sqrt{x}$		

2. Pour chacune des lignes du tableau, montrer que la fonction f admet la fonction f' pour fonction dérivée :

$f(x)$	$f'(x)$
$(3{\cdot}x^2+3{\cdot}x)(2{\cdot}x+2)$	$18{\cdot}x^2+24{\cdot}x+6$
$(2{\cdot}x^2+1)\sqrt{x}$	$\dfrac{10{\cdot}x^2+1}{2\sqrt{x}}$
$\dfrac{1}{x}{\cdot}(3-x^2)$	$\dfrac{-x^2-3}{x^2}$
$\dfrac{2}{x}{\cdot}\sqrt{x}$	$-\dfrac{1}{x{\cdot}\sqrt{x}}$

Exercice 2

1. Pour chacune des fonctions u *(resp. v)*, donner l'expression de sa fonction dérivée u' *(resp v')* :

$u(x)$	$v(x)$	$u'(x)$	$v'(x)$
$3{\cdot}x^2-2$	$8-x$		
$\dfrac{1}{x}$	x^2-1		
$5{\cdot}x+\dfrac{2}{x}$	$3-2{\cdot}x^3$		
x	$\sqrt{x}$		

2. Pour chacune des fonctions ci-dessous, déterminer l'expression de sa fonction dérivée :

a. $f : x \longmapsto (3{\cdot}x^2-2)(8-x)$

b. $g : x \longmapsto \dfrac{1}{x}{\cdot}(x^2-1)$

c. $h : x \longmapsto \left(5{\cdot}x+\dfrac{2}{x}\right)(3-2{\cdot}x^3)$

d. $j : x \longmapsto x{\cdot}\sqrt{x}$

Exercice 3*

Déterminer, pour chaque fonction, l'expression de sa fonction dérivée :

1. $f : x \longmapsto (x^2-3{\cdot}x+1)(1-2{\cdot}x)$
2. $g : x \longmapsto (-x^3+2{\cdot}x+3){\cdot}(x^2+1)$
3. $h : x \longmapsto x{\cdot}\left(x+\dfrac{1}{x}\right)$

Exercice 4

Proposition :
Soit u et v deux fonctions définies sur un intervalle I telles que v ne s'annule pas sur v. On considère la fonction f définie sur I par : $f(x)=\dfrac{u(x)}{v(x)}$

La fonction f admet pour fonction dérivée la fonction f' définit par :

$$f'(x) = \frac{u'(x){\cdot}v(x)-u(x){\cdot}v'(x)}{\big[v(x)\big]^2}$$

1. Pour chaque ligne, donner l'expression de la fonction u' *(resp. v')* dérivée de la fonction u *(resp. u')* :

$u(x)$	$v(x)$	$u'(x)$	$v'(x)$
$5{\cdot}x+2$	$3{\cdot}x-2$		
x^2-3	$x+1$		
x^2+x+1	$2{\cdot}x^2-1$		

2. Pour chacune des fonctions f ci-dessous, on établiera l'expression proposée de sa fonction dérivée f' :

$f(x)$	$f'(x)$
$\dfrac{5{\cdot}x+2}{3{\cdot}x-2}$	$\dfrac{-16}{(3{\cdot}x-2)^2}$
$\dfrac{x^2-3}{x+1}$	$\dfrac{x^2+2{\cdot}x+3}{(x+1)^2}$
$\dfrac{x^2+x+1}{2{\cdot}x^2-1}$	$\dfrac{-2{\cdot}x^2-6{\cdot}x-1}{(2{\cdot}x^2-1)^2}$

Exercice 5

Le tableau ci-dessous vous présente, pour chaque ligne, l'expression de l'image de x par une fonction et l'expression du nombre dérivé en x de cette fonction. Vérifier l'exactitude de l'expression du nombre dérivé en x :

Fonction	Image de x	Nombre dérivé en x
f	$\dfrac{\sqrt{x}}{x+1}$	$\dfrac{-x+1}{2\sqrt{x}{\cdot}(x+1)^2}$
g	$(x^2-3){\cdot}\sqrt{x}$	$\dfrac{5{\cdot}x^2-3}{2{\cdot}\sqrt{x}}$

