1ère B **Préparation au DS n°4 – Dérivation & Suites** **janv 2022**

Ex 1 : Suite arithmétique

On considère une suite arithmétique (u_n) de raison r définie sur $\mathbb{N}$.
On pose $S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$

1) $u_7 = 111$ et $u_{39} = 15$. Calculer la raison r de la suite (u_n). En déduire u_0 et u_{68}.
2) $u_n = 10$, $r = 2$ et $S_n = -26$. Déterminer n puis u_0.

Ex 2 : Suite géométrique

On considère une suite géométrique (u_n) de raison $q > 0$ définie sur $\mathbb{N}$.

1) $u_3 = 162$ et $u_5 = 32$. Calculer la raison q de la suite (u_n). En déduire u_0.
2) $u_6 = 63$ et $u_{10} = 5\,103$. Calculer la raison q de la suite (u_n). En déduire u_0 et u_{13}.

Ex 3 : Suite arithmético-géométrique

Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $\begin{cases} u_0 = -3 \\ u_{n+1} = \dfrac{1}{3}u_n + 4 \end{cases}$

1) a) Calculer u_1, u_2 et u_3.
   b) La suite (u_n) est-elle géométrique ? Pourquoi ?
2) On pose pour tout entier n, $v_n = u_n - 6$
   a) Montrer que la suite (v_n) est géométrique dont on donnera la raison q et le premier terme v_0.
   b) Déterminer v_n puis u_n en fonction de n.
   c) Déterminer $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

Ex 4 : Étude de fonction rationnelle & dérivation

Signe de la dérivée **(3 points)**

Soit la fonction f définie sur $D_f = \mathbb{R} - \left\{\dfrac{3}{2}\right\}$ par : $f(x) = x - 1 + \dfrac{2}{2x-3}$

1) Démontrer pour tout x de D_f on a : $f'(x) = \dfrac{(2x-1)(2x-5)}{(2x-3)^2}$
2) Étudier le signe $f'(x)$ sur D_f. (On fera un tableau de signe)

Ex 5 : Suite arithmétique & degré 2

Soit (u_n) une suite arithmétique de raison 4 et de premier terme $u_0 = 9$.
Soit $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_n$. On voudrait déterminer n pour que $S_n = 5\,559$.

1) Déterminer u_n en fonction de n.
2) Montrer que $S_n = 5\,559$ est équivalent à $2n^2 + 11n - 5\,550 = 0$
3) Déterminer la valeur de n.
4) Écrire un programme permettant de vérifier la valeur de n trouvé.

Ex 6 : Limite de suites – VRAI-FAUX

Soient les suites (u_n), (v_n) et (w_n) dont les formes explicites sont :

$$u_n = 3\left(-\frac{1}{2}\right)^n \quad , \quad v_n = -7\left(\frac{4}{3}\right)^n \quad , \quad w_n = \frac{1}{20}(-3)^n$$

Dites si les affirmation suivantes sont vraies ou fausses en vous justifiant :

Affirmation 1 : "La suite (u_n) est convergente vers 0."

Affirmation 2 : "La suite (v_n) est diverge vers $+\infty$."

Affirmation 3 : "La suite (w_n) est divergente."

Ex 7 : Étude de fonction polynôme & dérivation

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^3 + 3x^2 + 2x + 1$
Soit $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative.(voir courbe ci-dessous).

1) Justifier que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et calculer $f'(x)$.
2) Déterminer les variations de f puis dresser son tableau de variation.
3) Vérifier que, pour tout réel x, on a : $x^3 + 3x^2 - 4 = (x+2)^2(x-1)$
4) Déterminer une équation de la tangente T à la courbe au point d'abscisse -2
5) Le point S$(-4\,;-3)$ appartient-il à T ?
6) Déterminer la position relative de $\mathscr{C}_f$ et de la tangente T sur l'intervalle $[-3\,;\,0]$.