Exercice 1

Proposition : soit A un évènement et $\overline{A}$ son évènement contraire. On a : $\mathcal{P}(\overline{A})=1-\mathcal{P}(A)$

On tire une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes. On considère les événements suivants :

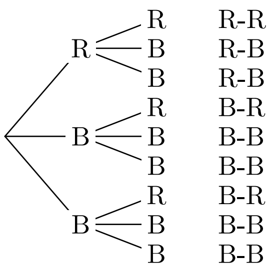
- A : *“la carte tirée est un pique”* ;
- B : *“la carte tirée est une figure”*.

♡	♢	♠	♣
As	As	As	As
R	R	R	R
D	D	D	D
V	V	V	V
10	10	10	10
9	9	9	9
8	8	8	8
7	7	7	7

1. Décrire les issues de cette expérience aléatoire.
2. Calculer les probabilités des événements :
   A ; B ; $A\cap B$; $A\cup B$
3. Calculer la probabilité de l'événement :
   C : *“la carte tirée n'est ni un pique ni une figure”*

Exercice 2*

Une urne contient deux boules bleues et une boule rouge, toutes identiques au toucher.



1. On tire une boule puis on la remet dans l'urne avant d'en tirer une seconde.

   L'arbre des issues de cette expérience aléatoire est représenté ci-contre :

   On admettra qu'on est dans une situation d'équiprobabilité.

   a. Déterminer la probabilité des événements suivants :
   - A : “*La premier boule tirée est rouge*”.
   - B : “*Les deux boules tirées sont de même couleur*”
   - C : “*La première boule tirée est rouge ou la seconde boule tirée est bleu*”.

   b. Déterminer la probabilité des événements suivants :
   $\overline{A}$; $B\cup C$; $A\cap B$; $B\cap C$

2. On change les règles de ce jeu ainsi : il n'y a plus de remise ; la première boule tirée est écartée du jeu.

   a. Construire l'arbre des issues lié à ce nouveau jeu.

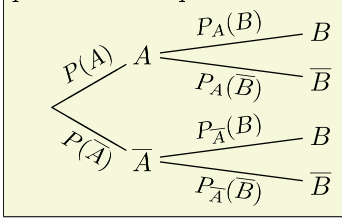
   b. Calculer les nouvelles probabilités des événements cités aux question a. et b. de la question précédente.

   c. Parmi les tirages ayant eu une boule bleu au premier tirage, quelle est la probabilité d'obtenir une boule bleu au second tirage?

Exercice 3*

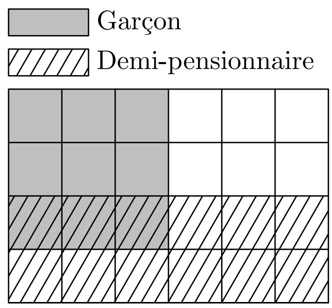
Définition : on considère deux évènement A et B avec $\mathcal{P}(A)\neq 0$.
La probabilité de l'évènement B sachant A, notée $\boldsymbol{\mathcal{P}_A(B)}$, a pour valeur : $\mathcal{P}_A(B)=\dfrac{\mathcal{P}(A\cap B)}{\mathcal{P}(A)}$

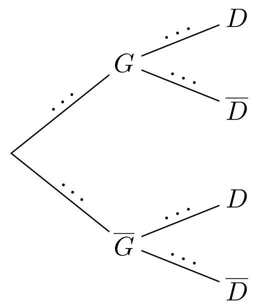
Remarque : l'expérience aléatoire peut alors se traduire par l'arbre de probabilité :



$P(A\cap B)=P(A)\times P_A(B)$
$P(A\cap\overline{B})=P(A)\times P_A(\overline{B})$
$P(\overline{A}\cap B)=P(\overline{A})\times P_{\overline{A}}(B)$
$P(\overline{A}\cap\overline{B})=P(\overline{A})\times P_{\overline{A}}(\overline{B})$

Dans une étude statistique, on considère une classe de classes de 24 élèves où chaque élève est représenté par une case dans le graphique ci-dessous :





Deux caractères sont étudiés chez les individus de cette étude :

- G : *“l'élève est un garçon”* ;
- D : *“l'élève est demi-pensionnaire”*.

L'expérience aléatoire consiste à choisir un élève au hasard dans la classe et de regarder la réalisation ou non de ces deux critères :

1. Sans justification, répondre aux questions suivantes :

   a. Quelle est la probabilité de choisir un garçon?

   b. Sachant qu'un garçon a été choisi, quelle est la probabilité qu'il soit demi-pensionnaire?

   c. Sachant qu'une fille a été choisie, quelle est la probabilité qu'elle soit demi-pensionnaire?

2. Compléter l'arbre de probabilité ci-dessus.

Exercice 4*

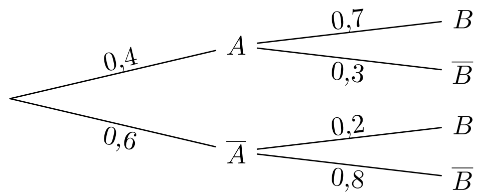
Soit $(\Omega\,;\mathcal{P})$ un espace probabilisé où A et B sont deux événements de Ω tels que :

$\mathcal{P}(A)=0{,}42$; $\mathcal{P}(B)=0{,}19$

Sachant que $\mathcal{P}(A\cup B)=0{,}43$, déterminer la probabilité de l'évènement $A\cap B$.

Exercice 5

On considère l'arbre de probabilité suivant :



1. Par lecture de cet arbre, donner les probabilités ci-dessous :

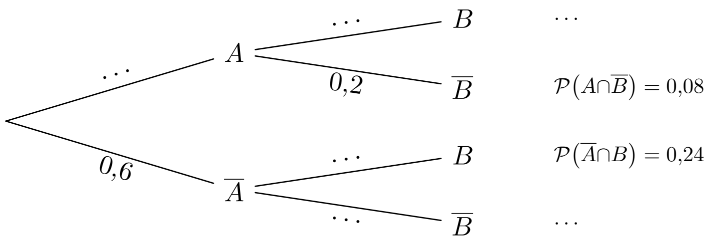
   a. $\mathcal{P}_A(B)$ b. $\mathcal{P}_{\overline{A}}(B)$

2. Déterminer les probabilités ci-dessous :

a. $\mathcal{P}(A\cap B)$ b. $\mathcal{P}(\overline{A}\cap B)$

Exercice 6

On considère l'arbre de probabilité incomplet suivant :



En justifiant vos réponses, déterminer les probabilités suivantes :

a. $\mathcal{P}(A)$ b. $\mathcal{P}_A(B)$ c. $\mathcal{P}(A\cap B)$

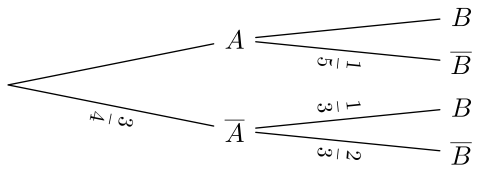
d. $\mathcal{P}_{\overline{A}}(B)$ e. $\mathcal{P}_{\overline{A}}(\overline{B})$ f. $\mathcal{P}(\overline{A}\cap\overline{B})$

Exercice 7*

Proposition : soit A un évènement et $\overline{A}$ son évènement contraire. On a : $\mathcal{P}(\overline{A})=1-\mathcal{P}(A)$

Corollaire : soit A et B deux évènements. On a :
$\mathcal{P}_A(\overline{B}) = 1 - \mathcal{P}_A(B)$

On considère l'arbre de probabilité incomplet suivant :



Alors $\mathcal{P}(A\cap B)$ la probabilité de l'évènement $A\cap B$ est égale à :

a. $\dfrac{21}{20}$ b. $\dfrac{1}{5}$ c. $\dfrac{20}{21}$ d. $\dfrac{1}{12}$

Exercice 8

Dans un espace probabilisé, on considère les deux évènements A et B vérifiant les conditions suivantes :

$\mathcal{P}(A) = 0{,}64$; $\mathcal{P}_A(B) = 0{,}3$; $\mathcal{P}_{\overline{A}}(B) = 0{,}5$

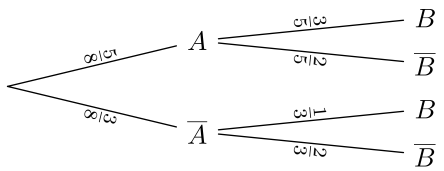
1. Construire un arbre de probabilité représentant cette situation.

2. a. Déterminer les probabilités des évènements suivants : $\mathcal{P}(A\cap B)$; $\mathcal{P}(\overline{A}\cap B)$

b. A l'aide de la formule des probabilités totale, déterminer la probabilité de l'évènement B.

Exercice 9

On considère une expérience aléatoire et deux de ses évènements A et B permettant d'obtenir l'arbre de probabilités ci-dessous :



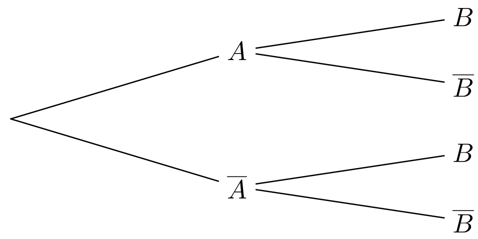
Etablir que : $\mathcal{P}(B) = \dfrac{1}{2}$

Exercice 10*

On considère une expérience aléatoire et deux de ses évènements A et B. On a les informations sur ces deux évènements :

$\mathcal{P}(A) = 0{,}55$; $\mathcal{P}_A(B) = 0{,}95$; $\mathcal{P}_{\overline{A}}(B) = 0{,}1$

1. A l'aide des informations de l'énoncé, compléter l'arbre de probabilité ci-dessous :



2. Calculer $\mathcal{P}(A\cap B)$ la probabilité de l'évènement $A\cap B$.

3. Montrer que : $\mathcal{P}(B)=0{,}5675$

4. Calculer $\mathcal{P}_B(A)$, la probabilité de l'evènement A sachant l'évènement B réalisé. En donner une valeur arrondie à 10^{-4}.

Exercice 11*

Sur un espace probabilisé, on considère deux évènements A et B dont on connait les probabilités suivantes :

$\mathcal{P}(A) = \dfrac{1}{4}$; $\mathcal{P}_A(B) = \dfrac{1}{3}$; $\mathcal{P}_{\overline{A}}(B) = \dfrac{1}{2}$

1. Traduire cette situation par un arbre de probabilités.

2. Déterminer la probabilité de l'évènement $A\cap B$.

3. Démontrer que la probabilité de l'évènement B est $\dfrac{11}{24}$.

4. Quelle est la probabilité de l'évènement B sachant que l'évènement A est réalisé?

Exercice 12

Dans ma rue, il pleut un soir sur quatre.

S'il pleut, je sors mon chien avec une probabilité égale à $\dfrac{1}{10}$; s'il ne pleut pas, je sors mon chien avec une probabilité égale à $\dfrac{9}{10}$.

Sachant que j'ai sorti mon chien, quel est la probabilité qu'il pleuve?

Exercice 13

On considère les deux évènements A et B réalisant les conditions suivantes :

$\mathcal{P}(A\cap B) = 0{,}05$; $\mathcal{P}(\overline{A}\cap B) = 0{,}15$

$\mathcal{P}(A\cap\overline{B}) = 0{,}35$; $\mathcal{P}(\overline{A}\cap\overline{B}) = 0{,}45$

Compléter les deux arbres de probabilités suivants :