Correction 1

1. Les issues de cette expérience aléatoire sont chacune de ces 32 cartes ; le tirage étant aléatoire et les cartes étant tous semblables, chaque issue sont équiprobables.

   Chaque évènement élémetaire a une probabilité :
   $\mathcal{P}(\omega) = \dfrac{1}{32}$

2. - L'évènement A est composé de 8 cartes distinctes :
     $\mathcal{P}(A) = \dfrac{8}{32} = \dfrac{1}{4}$
   - Chaque couleur comporte 3 figures et un tel jeu contient 4 couleurs ; ainsi, il y a au total 12 figures :
     $\mathcal{P}(B) = \dfrac{12}{32} = \dfrac{3}{8}$
   - Il y a 3 figures parmi les cartes en piques. Ainsi, l'évènement $A \cap b$ est composé de 3 évènements élémentaires :
     $\mathcal{P}(A \cap B) = \dfrac{3}{32}$
   - Il y a 8 piques et 12 figures dans un jeu de 32 cartes. Mais comme il y a 3 figures dans les piques, on en déduit que l'évènement $A \cup B$ contient 17 cartes. Ainsi, la probabilité de l'évènement $A \cup B$:
     $\mathcal{P}(A \cap B) = \dfrac{17}{32}$

3. L'évènement C est l'évènement contraire de l'évènement $A \cup B$: $C = \overline{A \cup B}$

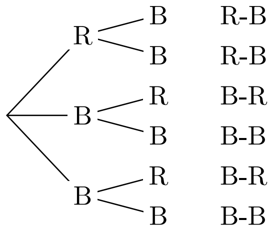
   On a l'égalité suivante :
   $\mathcal{P}(C) = \mathcal{P}(\overline{A \cup B}) = 1 - \mathcal{P}(A \cup B) = 1 - \dfrac{17}{32} = \dfrac{15}{32}$

Correction 2

1. a. Chaque issue illustrée par le "*bout*" de chaque branche présente une issue possible et chacune de ces issues sont équiprobables ; ainsi, on a les probabilités suivantes :
   - L'évènement A est réalisé par 3 évènement élémentaire ; ainsi, on a :
     $\mathcal{P}(A) = \dfrac{3}{9} = \dfrac{1}{3}$
   - L'évènement B est réalisé par 5 évènements élémentaires :
     $\mathcal{P}(B) = \dfrac{5}{9}$
   - L'évènement C est composé de 7 évènements élémentaire :
     $\mathcal{P}(C) = \dfrac{7}{9}$

   b. - $\mathcal{P}(\overline{A}) = 1 - \mathcal{P}(A) = 1 - \dfrac{1}{3} = \dfrac{2}{3}$
   - La réunion des évènements A et B comprend au total 7 évènements élémenaires :
     $\mathcal{P}(B \cup C) = \dfrac{7}{9}$
   - Il n'y a qu'un évènement élémentaire qui vérifie simultanement A et B ; on a :
     $\mathcal{P}(A \cap B) = \dfrac{1}{9}.$
   - Il y a 5 évènements élémentaires vérifiant simultanemment B et C ; ainsi, la probabilité de $B \cap C$ est :
     $\mathcal{P}(B \cap C) = \dfrac{5}{9}.$

2. a.



   b. $\mathcal{P}(A) = \dfrac{1}{3}$; $\mathcal{P}(B) = \dfrac{1}{3}$; $\mathcal{P}(C) = \dfrac{2}{3}$

   $\mathcal{P}(\overline{A}) = \dfrac{2}{3}$; $\mathcal{P}(B \cup C) = \dfrac{2}{3}$; $\mathcal{P}(A \cap B) = 0$

   $\mathcal{P}(B \cap C) = \dfrac{1}{3}$

   c. Sachant qu'on a tiré une boule bleu au premier tirage, notre univers d'observation se limite alors à quatre évènements élémentaires ; la probabilité est de tirer au second tirage une boule bleu :
   $\dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2}$

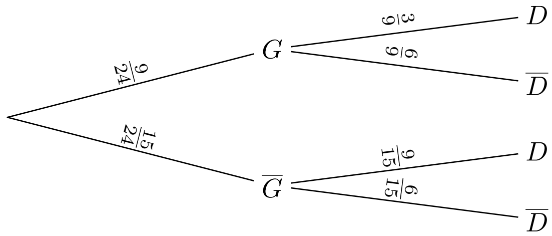
Correction 3

1. a. Il y a 9 garçons sur 24 élèves. La probabilité est :
   $\dfrac{9}{24} = \dfrac{3}{8}$

   b. Chez les 9 garçons, il y a 3 demi-pensionnaires. Sachant qu'un garçon a été choisi, la probabilité d'avoir un demi-pensionnaire est :
   $\dfrac{3}{9} = \dfrac{1}{3}$

   c. Chez les 15 fillles, il y a 9 demi-pensionnaires. Sachant qu'une fille a été choisie, la probabilité d'avoir un demi-pensionnaire est :
   $\dfrac{9}{15} = \dfrac{3}{5}$

2. Voici l'arbre complété :



Correction 4

On a l'égalité suivante :

$$\begin{aligned} \mathcal{P}(A \cup B) &= \mathcal{P}(A) + \mathcal{P}(B) - \mathcal{P}(A \cap B) \\ 0{,}43 &= 0{,}42 + 0{,}19 - \mathcal{P}(A \cap B) \\ 0{,}43 &= 0{,}61 - \mathcal{P}(A \cap B) \\ 0{,}43 - 0{,}61 &= -\mathcal{P}(A \cap B) \\ -0{,}18 &= -\mathcal{P}(A \cap B) \\ \mathcal{P}(A \cap B) &= 0{,}18 \end{aligned}$$

Correction 5

1. a. $\mathcal{P}_A(B) = 0{,}7$

   b. $\mathcal{P}_{\overline{A}}(B) = 0{,}2$

2. a. $\mathcal{P}(A \cap B) = \mathcal{P}(A) \times \mathcal{P}_A(B) = 0{,}4 \times 0{,}7 = 0{,}28$

 BY-NC

(b.) $\mathcal{P}(\overline{A}\cap B)=\mathcal{P}(\overline{A})\times\mathcal{P}_{\overline{A}}(B)=0{,}6\times0{,}2=0{,}12$

Correction 6

a. $\mathcal{P}(A)=1-\mathcal{P}(\overline{A})=1-0{,}6=0{,}4$

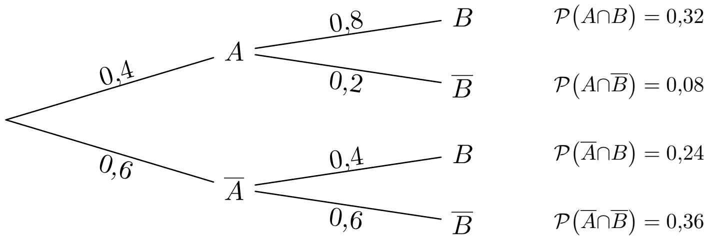
b. $\mathcal{P}_A(B)=1-\mathcal{P}_A(\overline{B})=1-0{,}2=0{,}8$

c. $\mathcal{P}(A\cap B)=\mathcal{P}(A)\times\mathcal{P}_A(B)=0{,}4\times0{,}8=0{,}32$

d. $\mathcal{P}_{\overline{A}}(B)=\dfrac{\mathcal{P}(\overline{A}\cap B)}{\mathcal{P}(\overline{A})}=\dfrac{0{,}24}{0{,}6}=0{,}4$

e. $\mathcal{P}_{\overline{A}}(\overline{B})=1-\mathcal{P}_{\overline{A}}(B)=1-0{,}4=0{,}6$

f. $\mathcal{P}(\overline{A}\cap\overline{B})=\mathcal{P}(\overline{A})\times\mathcal{P}_{\overline{A}}(\overline{B})=0{,}6\times0{,}6=0{,}36$



Correction 7

Par complémentarité, on obtient les deux probabilités :

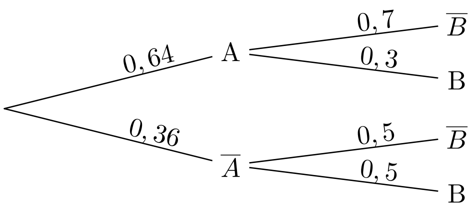
- $\mathcal{P}(A)=1-\mathcal{P}(\overline{A})=1-\dfrac{3}{4}=\dfrac{1}{4}$
- $\mathcal{P}_A(B)=1-\mathcal{P}_A(\overline{B})=1-\dfrac{1}{5}=\dfrac{4}{5}$

On a la relation :
$\mathcal{P}(A\cap B)=\mathcal{P}(A)\times\mathcal{P}_A(B)=\dfrac{1}{4}\times\dfrac{4}{5}=\dfrac{1}{5}$

La réponse correcte est b.

Correction 8

1. Voici l'arbre de probabilité associé à cette expérience aléatoire :



2. (a.) Par lecture de l'arbre de probabilité, on a :
   - $\mathcal{P}(A\cap B)=\mathcal{P}(A)\times\mathcal{P}_A(B)=0{,}64\times0{,}3=0{,}192$
   - $\mathcal{P}(\overline{A}\cap B)=\mathcal{P}(\overline{A})\times\mathcal{P}_{\overline{A}}(B)=0{,}36\times0{,}5=0{,}18$

   (b.) A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers Ω. D'après la formule des probabilités totales, on a la formule :
   $\mathcal{P}(B)=\mathcal{P}(A\cap B)+\mathcal{P}(\overline{A}\cap B)=0{,}192+0{,}18$
   $=0{,}372$

Correction 9

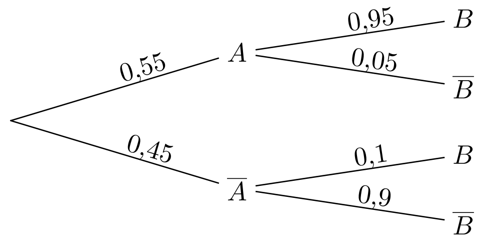
- $\mathcal{P}(A\cap B)=\mathcal{P}(A)\times\mathcal{P}_A(B)=\dfrac{5}{8}\times\dfrac{3}{5}=\dfrac{3}{8}$
- $\mathcal{P}(\overline{A}\cap B)=\mathcal{P}(\overline{A})\times\mathcal{P}_{\overline{A}}(B)=\dfrac{3}{8}\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{8}$

Les évènements contraires A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers. D'après la formule des probabilités totales, on a :

$\mathcal{P}(B)=\mathcal{P}(B\cap A)+\mathcal{P}(B\cap\overline{A})=\dfrac{3}{8}+\dfrac{1}{8}=\dfrac{4}{8}=\dfrac{1}{2}$

Correction 10

1. Voici l'arbre complété :



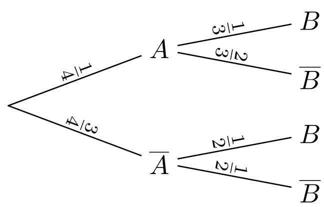
2. La définition des probabilités conditionnelles permettent d'écrire :
$\mathcal{P}(A\cap B)=\mathcal{P}(A)\times\mathcal{P}_{\overline{A}}(B)=0{,}55\times0{,}95=0{,}5225$

3. Les évènements A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers Ω. D'après la formule des probabilités totales, on a la relation :
$\mathcal{P}(B)=\mathcal{P}(A\cap B)+\mathcal{P}(\overline{A}\cap B)$
$=0{,}5225+\mathcal{P}(\overline{A})\cdot\mathcal{P}_{\overline{A}}(B)=0{,}5225+0{,}45\times0{,}1$
$=0{,}5225+0{,}045=0{,}5675$

4. Par définition des probabilités conditionnelles, on a :
$\mathcal{P}_B(A)=\dfrac{\mathcal{P}(A\cap B)}{\mathcal{P}(B)}=\dfrac{0{,}5225}{0{,}5675}=0{,}9207$

Correction 11

1. Voici l'arbre de probabilité :



2. D'après la définition des probabilités conditionnelles, on a l'égalité suivante :
$\mathcal{P}(A\cap B)=\mathcal{P}(A)\times\mathcal{P}_A(B)=\dfrac{1}{4}\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{12}$

3. Les évènements A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers Ω. D'après la formule des probabilités totales, on a :
$\mathcal{P}(B)=\mathcal{P}(A\cap B)+\mathcal{P}(\overline{A}\cap B)=\dfrac{1}{12}+\mathcal{P}(\overline{A})\cdot\mathcal{P}_{\overline{A}}(B)$
$=\dfrac{1}{12}+\dfrac{3}{4}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{12}+\dfrac{3}{8}=\dfrac{2}{24}+\dfrac{9}{24}=\dfrac{11}{24}$

4. La définition des probabilités conditionnelles donne :
$\mathcal{P}_A(B)=\dfrac{\mathcal{P}(A\cap B)}{\mathcal{P}(A)}=\dfrac{\frac{1}{12}}{\frac{1}{4}}=\dfrac{1}{12}\times\dfrac{4}{1}=\dfrac{1}{3}$

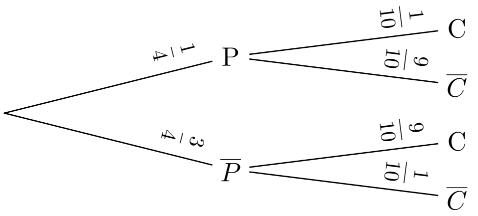
Correction 12

Pour modéliser cette situation, on considère les deux évènements suivants :

- P : "*Il pleut*" ;
- C : "*Je sors le chien*".

On obtient l'arbre de probabilité suivant :

 BY-NC



De l'arbre de probabilité, on en déduit les deux probabilités suivantes :

- $\mathcal{P}(P\cap C) = \mathcal{P}(P)\cdot\mathcal{P}_P(C) = \dfrac{1}{4}\times\dfrac{1}{10} = \dfrac{1}{40}$
- $\mathcal{P}(\overline{P}\cap C) = \mathcal{P}(\overline{P})\cdot\mathcal{P}_{\overline{P}}(C) = \dfrac{3}{4}\times\dfrac{9}{10} = \dfrac{27}{40}$

Les deux évènements P et $\overline{P}$ forment une partition de l'univers Ω. D'après la formule des probabilités totales, on a :

$$\mathcal{P}(C) = \mathcal{P}(C\cap P)+\mathcal{P}(C\cap\overline{P}) = \frac{1}{40}+\frac{27}{40} = \frac{28}{40} = \frac{7}{10}$$

Par la définition des probabilités conditionnelles, on a :

$$\mathcal{P}_C(P) = \frac{\mathcal{P}(P\cap C)}{\mathcal{P}(C)} = \frac{\frac{1}{40}}{\frac{7}{10}} = \frac{1}{40}\times\frac{10}{7} = \frac{1}{28}$$

Correction 13

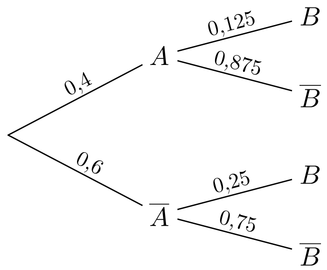
- ➩ Les évènements B et $\overline{B}$ étant contraire, on en déduit qu'ils forment une partition de l'univers Ω.
  D'après la formule des probabilités totales, on a :
  $\mathcal{P}(A) = \mathcal{P}(B\cap A)+\mathcal{P}(\overline{B}\cap A) = 0{,}05+0{,}35 = 0{,}4$

  ➩ Les évènements A et $\overline{A}$ étant contraire, on a :
  $\mathcal{P}(\overline{A}) = 1-\mathcal{P}(A) = 1-0{,}4 = 0{,}6$

  ➩ D'après la définition des probabilités conditionnelles, on a :
  $$\mathcal{P}_A(B) = \frac{\mathcal{P}(A\cap B)}{\mathcal{P}(A)} = \frac{0{,}05}{0{,}4} = 0{,}125$$

  ➩ D'après la définition des probalités conditionnelles, on a :
  $$\mathcal{P}_{\overline{A}}(B) = \frac{\mathcal{P}(\overline{A}\cap B)}{\mathcal{P}(\overline{A})} = \frac{0{,}15}{0{,}6} = 0{,}25$$

  Voici l'arbre de probabilité complété :



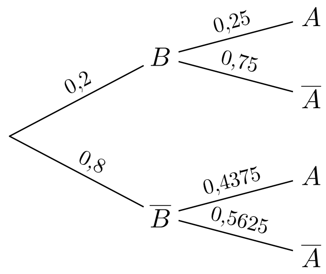
- ➩ Les évènements A et $\overline{A}$ étant contraire, on en déduit qu'ils forment une partition de l'univers Ω.
  D'après la formule des probabilités totales, on a :
  $\mathcal{P}(B) = \mathcal{P}(A\cap B)+\mathcal{P}(\overline{A}\cap B) = 0{,}05+0{,}15 = 0{,}2$

  ➩ Les évènements B et $\overline{B}$ étant contraire, on a :
  $\mathcal{P}(\overline{B}) = 1-\mathcal{P}(B) = 1-0{,}2 = 0{,}8$

  ➩ D'après la définition des probabilités conditionnelles, on a :
  $$\mathcal{P}_B(A) = \frac{\mathcal{P}(B\cap A)}{\mathcal{P}(B)} = \frac{0{,}05}{0{,}2} = 0{,}25$$

  ➩ D'après la définition des probalités conditionnelles, on a :
  $$\mathcal{P}_{\overline{B}}(A) = \frac{\mathcal{P}(\overline{B}\cap A)}{\mathcal{P}(\overline{B})} = \frac{0{,}35}{0{,}8} = 0{,}4375$$

  Voici l'arbre de probabilité complété :



 BY-NC