1ère B SOS maths – Préparation du Devoir Commun - cor 25/03/2022

Exercice 4

Étude d'une fonction **(4 points)**

1) $f'(x) = 4-\left(-\dfrac{-1}{(3-x)^2}\right) = \dfrac{4(3-x)^2-1}{(3-x)^2} = \dfrac{[2(3-x)-1][2(3-x)+1]}{(3-x)^2} = \dfrac{(-2x+5)(-2x+7)}{(3-x)^2}$

2) • $f'(x) = 0 \;\Leftrightarrow\; -2x+5=0$ ou $-2x+7=0 \;\Leftrightarrow\; x = \dfrac{5}{2}$ ou $x = \dfrac{7}{2}$

• signe de $f'(x)$ = signe de $(-2x+5)(-2x+7)$.

On obtient le tableau de variation suivant :

x	$-\infty$		$\frac{5}{2}$		3		$\frac{7}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	9	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	17	↗	$+\infty$

Exercice 5

Trigonométrie **(5 points)**

1) On obtient les lignes trigonométriques suivantes :

- $\cos(\pi - x) = -\cos x = \dfrac{1}{5}$
- $\sin^2 x = 1-\cos^2 x = 1-\dfrac{1}{25} = \dfrac{24}{25}$, or $x \in [0,\pi]$ donc $\sin x > 0$ d'où $\sin x = \dfrac{2\sqrt{6}}{5}$
- $\sin(\pi - x) = \sin x = \dfrac{2\sqrt{6}}{5}$
- $\tan(\pi - x) = -\tan x = -\dfrac{\sin x}{\cos x} = 2\sqrt{6}$

2) On obtient les mesures principales suivantes :

$$x_1 = -\frac{\pi}{6} \quad ; \quad x_2 = -\frac{3\pi}{4} \quad ; \quad x_3 = -\frac{\pi}{2}$$

3) Dans $\mathbb{R}$, $\;2\sin x + \sqrt{3} = 0 \;\Leftrightarrow\; \sin x = -\dfrac{\sqrt{3}}{2} \;\Leftrightarrow\; \sin x = \sin\left(-\dfrac{\pi}{3}\right)$

On obtient les solutions suivantes :

$$\begin{cases} x = -\dfrac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \pi + \dfrac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\dfrac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \dfrac{4\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\dfrac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\dfrac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Exercice 6 : Soient $A(-5;4), B(-3;-4), C(2;3)$

1) $(AB): 4x+y+16=0$

2) $(d)//(AB)$ et $C \in (d)$; $(d): 4x+y-11=0$

3) a) médiane issue de A : (d_1) : $x+y+1=0$
   b) médiane issue de B : (d_2) : $5x-y+11=0$
   c) centre de gravité de ABC : $G(-2;1)$

Explications :

Soit $M(x;y) \in (AB)$ alors $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires

donc $det(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}) = 0$ donc $\begin{vmatrix} x+5 & 2 \\ y-4 & -8 \end{vmatrix} = 0$

donc $-8(x+5)-2(y-4)=0$ donc $(AB): 4x+y+16=0$

$(d)//(AB)$ donc $(d): 4x+y+c=0$ or $C \in (d)$

donc $4\times 2+1\times 3+c=0$ donc $c=-11$ donc $(d): 11x+6y-11=0$

médiane issue de A : (d_1) passe par A et le milieu $D(-0{,}5;-0{,}5)$ de $[BC]$; Soit $M(x;y) \in (d_1)$ alors $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AD}$ sont colinéaires

donc $det(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AD}) = 0$ donc $\begin{vmatrix} x+5 & 4{,}5 \\ y-4 & -4{,}5 \end{vmatrix} = 0$

donc $-4{,}5(x+5)-4{,}5(y-4)=0$ donc $(d_1): x+y+1=0$

médiane issue de B : (d_2) passe par B et le milieu $E(-1{,}5;3{,}5)$ de $[AC]$

Soit $M(x;y) \in (d_2)$ alors $\overrightarrow{BM}$ et $\overrightarrow{EB}$ sont colinéaires

donc $det(\overrightarrow{BM}, \overrightarrow{EB}) = 0$ donc $\begin{vmatrix} x+3 & -1{,}5 \\ y+4 & -7{,}5 \end{vmatrix} = 0$

donc $-7{,}5(x+3)+1{,}5(y+4)=0$ donc $(AB): 5x-y+11=0$

le centre de gravité G du triangle ABC vérifie le système d'équations

$\begin{cases} x+y+1=0 & (L_1) \\ 5x-y+11=0 & (L_2) \end{cases}$ donc par somme $\begin{cases} x+y+1=0 & (L_1) \\ 6x+12=0 & (L_1)+(L_2) \end{cases}$

donc on déduit $\begin{cases} x+y+1=0 \\ x=-2 \end{cases}$ et donc $\begin{cases} y=1 \\ x=-2 \end{cases}$

Finalement le centre de gravité de ABC est : $G(-2;1)$