Ex 1 :

$u_n=-2n+1$: (u_n) est une suite arithmétique de 1er terme $u_0=1$ et de raison $r=-2$

$u_n=\frac{2^n}{n}$: (u_n) n'est ni arithmétique, ni géométrique

$u_0=1$ et $u_{n+1}=5u_n-2$: (u_n) est une suite arithmético-géométrique

$u_n=\frac{2}{3-n}$: (u_n) est une suite homographique

$u_n=\cos(n\frac{\pi}{4})$: (u_n) est une suite périodique de période $T=8$

Ex 2 :

$u_n=-2\times 3^n$ donc $\frac{u_{n+1}}{u_n}=\frac{-2\times 3^{n+1}}{-2\times 3^n}=3^{n+1-n}=3$ donc (u_n) est géométrique de raison $q=3$ et de 1er terme $u_0=-2$

$v_n=\frac{5}{2^n}$ donc $v_{n+1}v_n=\frac{\frac{5}{2^{n+1}}}{\frac{5}{2^n}}=\frac{2^n}{2^{n+1}}=2^{n-n-1}=2^{-1}=0{,}5$ donc (v_n) est géométrique de raison $q=-0{,}5$ et de 1er terme $v_0=5$

$u_n=2+3^n$; donc $u_0=3, u_1=5, u_2=11$ donc $\frac{u_1}{u_0}\neq\frac{u_2}{u_1}$ donc (u_n) n'est pas géométrique

$u_n=n\times 2^n$; donc $u_0=0, u_1=2, u_2=8$ donc $\frac{u_1}{u_0}\neq\frac{u_2}{u_1}$ donc (u_n) n'est pas géométrique

Ex 3 :

$u_n=16\times(0{,}5)^n$; donc $u_1=8, u_2=4, u_3=2, u_4=1$ et $u_{10}=0{,}015625$

$u_{n+1}-u_n=(16\times(0{,}5)^{n+1})-(16\times(0{,}5)^n)=16((0{,}5)^n\times 0{,}5-(0{,}5)^n\times 1)$
$=16\times(0{,}5)^n\times(0{,}5-1)=16\times(-0{,}5)\times(0{,}5)^n=(-8)\times(0{,}5)^n$

or $-8<0$ et $(0{,}5)^n>0$ donc $u_{n+1}-u_n<0$
donc (u_n) est décroissante

$q=0{,}5$ et $0<q<1$ donc (u_n) converge vers 0 lorsque n tend vers $+\infty$

$S=u_0+u_1+u_2+...+u_{15}=u_0\times\frac{1-q^{16}}{1-q}=16\times\frac{1-0{,}5^{16}}{0{,}5}=32(1-0{,}5^{16})\simeq 31{,}9999$

Ex 4 :

$u_{n+1}=\frac{-1}{3}\times u_n$, $u_0=9$ donc $u_1=-3, u_2=1, u_3=\frac{-1}{3}, u_4=\frac{1}{9}$

(u_n) est géométrique de raison q=-1 over 3 donc $u_n=9\times(\frac{-1}{3})^n$

$u_1-u_0<0$ et $u_2-u_1>0$ donc (u_n) est non-monotone

$q=\frac{-1}{3}$ donc $-1<q<0$

donc (u_n) converge vers 0 lorsque n tend vers $+\infty$

$S=u_0+u_1+u_2+...+u_{10}=u_0\times\frac{1-q^{11}}{1-q}=9\times\frac{1-(\frac{-1}{3})^{11}}{1+\frac{1}{3}}=\frac{27}{4}(1-(\frac{-1}{3})^{11})\simeq 6{,}74999$

Ex 6 :

$u_7=u_0\times q^7=8\times 0{,}5^7=0{,}0625$

$u_9=u_1\times q^8=243\times(\frac{1}{3})^8\simeq 0{,}037$

$u_5=u_1\times q^4$ donc $3072=12\times q^4$ donc $q^4=256$ donc $q=-4$ ou $q=4$

$u_{12}=u_5\times q^7$ donc $-640=5\times q^7$ donc $q^7=-128$ donc $q=-2$

$u_{10}=u_7\times q^3$ donc $1458=54\times q^3$ donc $q^3=27$ donc $q=3$