Calcul d'aire

Soient f et g deux fonctions dérivables sur un intervalle $[a, b]$, $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$ leurs représentations graphiques dans un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$ et D une primitive de la fonction $d = f - g$.

- Si $f(x) \geq g(x)$ sur $[a, b]$, $\mathscr{C}_1$ est au-dessus de $\mathscr{C}_2$ sur $[a, b]$.

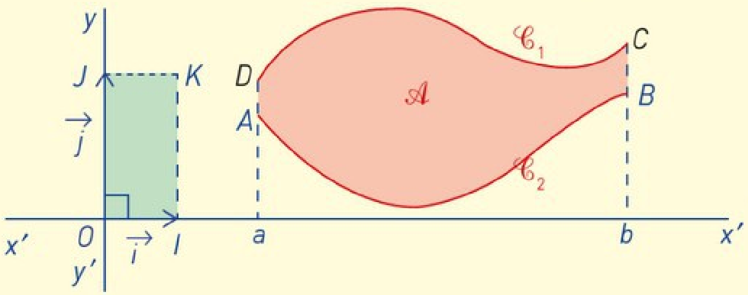


fig 1

L'aire du domaine compris entre $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$ (en couleur sur la figure 1) est égale à : $\mathscr{A} = \int_a^b (f(x) - g(x))\,dx = \left[D(x)\right]_a^b = D(b) - D(a)$

- Si $f(x) \leq g(x)$ sur $[a, b]$, $\mathscr{C}_1$ est en dessous de $\mathscr{C}_2$ sur $[a, b]$.

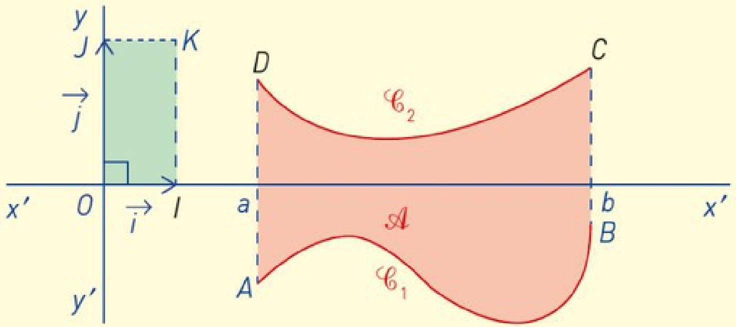
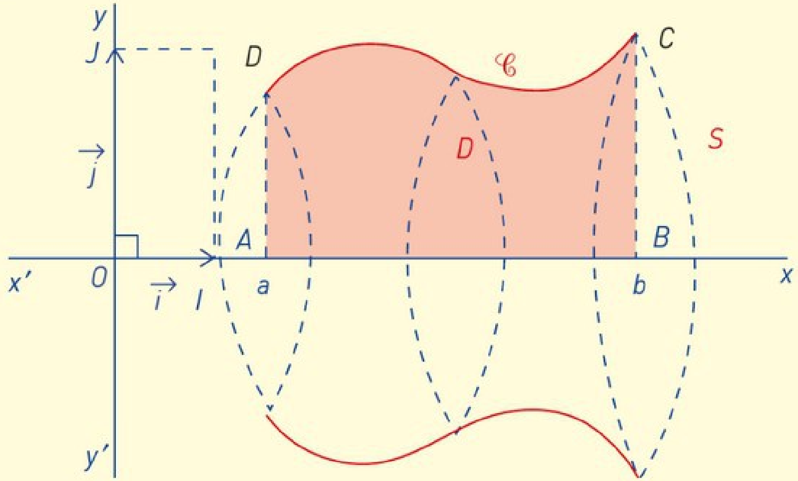


fig 2

L'aire du domaine compris entre $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$ (en couleur sur la figure 2) est égale à : $\mathscr{A} = \int_a^b (g(x) - f(x))\,dx = -\left[D(x)\right]_a^b = D(a) - D(b)$

Calcul de volume

Soient f une fonction dérivable sur un intervalle $[a, b]$ et $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
En faisant pivoter $\mathscr{C}$ autour de l'axe (Ox), on engendre un solide de révolution S.



Le volume du solide de révolution S est égal à :

$$\mathscr{V} = \pi \int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$$

Si H est une primitive de f^2, on a :

$$\mathscr{V} = \pi \int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x = \pi\left[H(x)\right]_a^b = \pi[H(b) - H(a)]$$

La valeur de $\mathscr{V}$ est exprimée en unité de volume (uv), qui est le volume du parallélépipède rectangle de base OI, OJ et de hauteur OK avec $OK = OJ$.

Remarques

Le calcul intégral permet aussi de calculer le volume d'un solide de révolution d'axe (Oy).
Il permet aussi de calculer les coordonnées du centre de gravité et le moment d'inertie d'un domaine plan ou d'un solide.