$1^{ère}$ T1 TD 3 – Primitives Mai 2022

Ex 1 :

Dans les exercices 80 à 84, montrer que F est une primitive de la fonction f sur l'intervalle I.

80 $f(x)=\dfrac{-2}{x^3}$ • $F(x)=\dfrac{1}{x^2}+4$ • $I=]0\,;+\infty[$.

81 $f(x)=x^2+2\sin(2x)$ • $F(x)=\dfrac{x^3}{3}-\cos(2x)$ • $I=\mathbb{R}$.

82 $f(x)=\sin(3x)-\cos(4x)$
• $F(x)=-\dfrac{1}{3}\cos(3x)-\dfrac{1}{4}\sin(4x)+2$ • $I=\mathbb{R}$.

83 $f(x)=-\dfrac{1}{(x+1)^2}$ • $F(x)=\dfrac{1}{x+1}$ • $I=]-1\,;+\infty[$.

84 $f(x)=\sin(x)+x\cos(x)$ • $F(x)=x\sin(x)$ • $I=\mathbb{R}$.

Ex 2 :

Dans les exercices 85 à 88, vérifier que F est une primitive de f sur l'intervalle I puis déterminer la primitive de f qui prend la valeur y_0 en x_0.

85 $f(x)=\cos\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)$ • $F(x)=2+\sin\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)$ • $I=\mathbb{R}$ • $x_0=\dfrac{\pi}{2}$ et $y_0=1$.

86 $f(x)=\sin(2x+\pi)$ • $F(x)=-\dfrac{1}{2}\cos(2x+\pi)$ • $I=\mathbb{R}$ • $x_0=\dfrac{\pi}{2}$ et $y_0=0$.

87 $f(x)=2x-\dfrac{1}{x^2}$ • $F(x)=x^2+\dfrac{1}{x}$ • $I=]0\,;+\infty[$ • $x_0=1$ et $y_0=0$.

88 $f(x)=-\dfrac{4}{(2x-1)^2}$ • $F(x)=\dfrac{2x+1}{2x-1}$ • $I=\left]\dfrac{1}{2}\,;+\infty\right[$ • $x_0=2$ et $y_0=0$.

Ex 3 :

95 À l'aide des primitives des fonctions de référence, déterminer toutes les primitives de la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=3\sin(3x+\pi)-\cos\left(\dfrac{2\pi}{3}-x\right)$.

96 Pour chacune des fonctions suivantes, donner un intervalle I sur lequel f a des primitives et donner toutes les primitives de f sur I.

1. $f(x)=\dfrac{5}{x^2}-4$ **2.** $f(x)=2x^2-\dfrac{3}{x^2}$

3. $f(x)=\sin x-\cos x$ **4.** $f(x)=2\sin 3x+4\cos 2x$

97 Pour chacune des fonctions suivantes, donner un intervalle I sur lequel f a des primitives et donner toutes les primitives de f qui s'annule en $x=1$.

1. $f(x)=\dfrac{2}{x^2}+x^2$ **2.** $f(x)=3x-x^3+\dfrac{3}{x^2}$

3. $f(x)=\dfrac{1}{4}\sin 2\pi x-2\sin\pi x-\dfrac{1}{4}$

4. $f(x)=4x^3+3x^2-\dfrac{2}{x^2}$

5. $f(x)=\dfrac{x^3-5x+4}{5}$

98 On considère la fonction f définie par $f(x)=\dfrac{3}{x^2}+0,5$.

1. Justifier que f a des primitives sur $]0\,;+\infty[$.

2. Déterminer la primitive de f qui s'annule en $x=1$.

3. Peut-on trouver une primitive de f qui prend la valeur 1 en $x=2$?

$1^{ère}$ T1 TD 3 – Primitives Mai 2022

Ex 1 :

Dans les exercices 80 à 84, montrer que F est une primitive de la fonction f sur l'intervalle I.

80 $f(x)=\dfrac{-2}{x^3}$ • $F(x)=\dfrac{1}{x^2}+4$ • $I=]0\,;+\infty[$.

81 $f(x)=x^2+2\sin(2x)$ • $F(x)=\dfrac{x^3}{3}-\cos(2x)$ • $I=\mathbb{R}$.

82 $f(x)=\sin(3x)-\cos(4x)$
• $F(x)=-\dfrac{1}{3}\cos(3x)-\dfrac{1}{4}\sin(4x)+2$ • $I=\mathbb{R}$.

83 $f(x)=-\dfrac{1}{(x+1)^2}$ • $F(x)=\dfrac{1}{x+1}$ • $I=]-1\,;+\infty[$.

84 $f(x)=\sin(x)+x\cos(x)$ • $F(x)=x\sin(x)$ • $I=\mathbb{R}$.

Ex 2 :

Dans les exercices 85 à 88, vérifier que F est une primitive de f sur l'intervalle I puis déterminer la primitive de f qui prend la valeur y_0 en x_0.

85 $f(x)=\cos\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)$ • $F(x)=2+\sin\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)$ • $I=\mathbb{R}$ • $x_0=\dfrac{\pi}{2}$ et $y_0=1$.

86 $f(x)=\sin(2x+\pi)$ • $F(x)=-\dfrac{1}{2}\cos(2x+\pi)$ • $I=\mathbb{R}$ • $x_0=\dfrac{\pi}{2}$ et $y_0=0$.

87 $f(x)=2x-\dfrac{1}{x^2}$ • $F(x)=x^2+\dfrac{1}{x}$ • $I=]0\,;+\infty[$ • $x_0=1$ et $y_0=0$.

88 $f(x)=-\dfrac{4}{(2x-1)^2}$ • $F(x)=\dfrac{2x+1}{2x-1}$ • $I=\left]\dfrac{1}{2}\,;+\infty\right[$ • $x_0=2$ et $y_0=0$.

Ex 3 :

95 À l'aide des primitives des fonctions de référence, déterminer toutes les primitives de la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=3\sin(3x+\pi)-\cos\left(\dfrac{2\pi}{3}-x\right)$.

96 Pour chacune des fonctions suivantes, donner un intervalle I sur lequel f a des primitives et donner toutes les primitives de f sur I.

1. $f(x)=\dfrac{5}{x^2}-4$ **2.** $f(x)=2x^2-\dfrac{3}{x^2}$

3. $f(x)=\sin x-\cos x$ **4.** $f(x)=2\sin 3x+4\cos 2x$

97 Pour chacune des fonctions suivantes, donner un intervalle I sur lequel f a des primitives et donner toutes les primitives de f qui s'annule en $x=1$.

1. $f(x)=\dfrac{2}{x^2}+x^2$ **2.** $f(x)=3x-x^3+\dfrac{3}{x^2}$

3. $f(x)=\dfrac{1}{4}\sin 2\pi x-2\sin\pi x-\dfrac{1}{4}$

4. $f(x)=4x^3+3x^2-\dfrac{2}{x^2}$

5. $f(x)=\dfrac{x^3-5x+4}{5}$

98 On considère la fonction f définie par $f(x)=\dfrac{3}{x^2}+0,5$.

1. Justifier que f a des primitives sur $]0\,;+\infty[$.

2. Déterminer la primitive de f qui s'annule en $x=1$.

3. Peut-on trouver une primitive de f qui prend la valeur 1 en $x=2$?