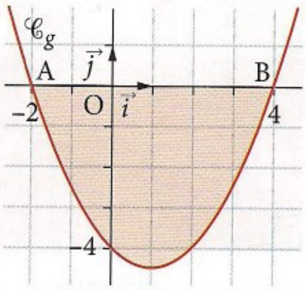
1ère STL — TD 6 : Calcul d'Aires — Mai 2022

Ex 1 :

32 ** Calcul d'aire et valeur moyenne C1 C2 C3 C4 C5 C6 STI2D STL/SPCL

$\mathscr{C}_g$ est la représentation graphique de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \frac{x^2}{2} - x - 4$.



1. Justifier les abscisses des points A et B.

2. Quel est le signe de $g(x)$ sur l'intervalle $[-2\,;4]$?

3. Exprimer l'aire du domaine coloré.

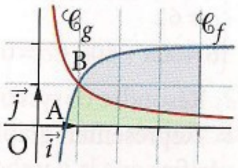
4. Calculer la valeur moyenne de g sur l'intervalle $[-2\,;4]$.

Ex 2 :

33 * C** C1 C2 C3 C4 C5 C6

$\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ sont les représentations graphiques des fonctions f et g définies sur $]0\,;+\infty[$ par :

$f(x) = 2 - \frac{1}{x^2}$ et $g(x) = \frac{1}{x}$.



1. a. Comparer $f(x)$ et $g(x)$ pour tout réel x strictement positif (graphiquement ou algébriquement).

b. En déduire la position relative des courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.

c. Calculer l'aire du domaine coloré en bleu.

2. a. Déterminer les coordonnées du point A.

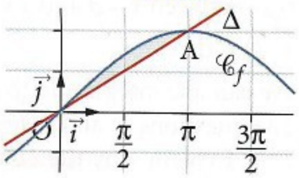
b. Résoudre l'équation $f(x) = g(x)$. En déduire les coordonnées du point B.

c. Calculer l'aire du domaine coloré en vert.

Ex 3 :

29 * Calcul d'une aire C1 C2 C3 C4 C5 C6 STI2D STL/SPCL

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2\sin\left(\frac{x}{2}\right)$ et Δ la droite d'équation $y = \frac{2}{\pi}x$. On admet que le point A a pour coordonnées $A(\pi\,;2)$ et que $f(x) \geqslant \frac{2}{\pi}x$ pour tout x vérifiant $0 \leqslant x \leqslant \pi$. On note $I = \int_0^{\pi}\left(2\sin\left(\frac{x}{2}\right) - \frac{2}{\pi}x\right)dx$.



1. Vérifier que $I = 4 - \pi$.

2. Interpréter géométriquement ce résultat.

Ex 4 :

C1 C2 C3 C4 C5 C6

Soit la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = \frac{1}{2}e^{x^2}$.

1. Déterminer $F'(x)$.

2. En déduire la valeur exacte de l'intégrale $\int_0^1 x\,e^{x^2}\,dx$.

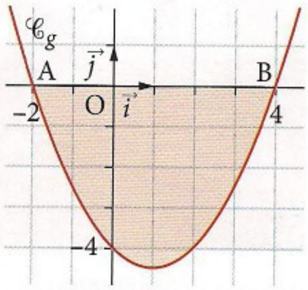
3. Justifier que $x\,e^{x^2} \geqslant 0$ sur $[0\,;1]$. Interpréter alors graphiquement le nombre $\int_0^1 x\,e^{x^2}\,dx$.

1ère STL — TD 6 : Calcul d'Aires — Mai 2022

Ex 1 :

32 ** Calcul d'aire et valeur moyenne C1 C2 C3 C4 C5 C6 STI2D STL/SPCL

$\mathscr{C}_g$ est la représentation graphique de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \frac{x^2}{2} - x - 4$.



1. Justifier les abscisses des points A et B.

2. Quel est le signe de $g(x)$ sur l'intervalle $[-2\,;4]$?

3. Exprimer l'aire du domaine coloré.

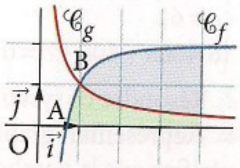
4. Calculer la valeur moyenne de g sur l'intervalle $[-2\,;4]$.

Ex 2 :

33 * C** C1 C2 C3 C4 C5 C6

$\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ sont les représentations graphiques des fonctions f et g définies sur $]0\,;+\infty[$ par :

$f(x) = 2 - \frac{1}{x^2}$ et $g(x) = \frac{1}{x}$.



1. a. Comparer $f(x)$ et $g(x)$ pour tout réel x strictement positif (graphiquement ou algébriquement).

b. En déduire la position relative des courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.

c. Calculer l'aire du domaine coloré en bleu.

2. a. Déterminer les coordonnées du point A.

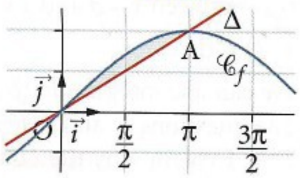
b. Résoudre l'équation $f(x) = g(x)$. En déduire les coordonnées du point B.

c. Calculer l'aire du domaine coloré en vert.

Ex 3 :

29 * Calcul d'une aire C1 C2 C3 C4 C5 C6 STI2D STL/SPCL

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2\sin\left(\frac{x}{2}\right)$ et Δ la droite d'équation $y = \frac{2}{\pi}x$. On admet que le point A a pour coordonnées $A(\pi\,;2)$ et que $f(x) \geqslant \frac{2}{\pi}x$ pour tout x vérifiant $0 \leqslant x \leqslant \pi$. On note $I = \int_0^{\pi}\left(2\sin\left(\frac{x}{2}\right) - \frac{2}{\pi}x\right)dx$.



1. Vérifier que $I = 4 - \pi$.

2. Interpréter géométriquement ce résultat.

Ex 4 :

C1 C2 C3 C4 C5 C6

Soit la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = \frac{1}{2}e^{x^2}$.

1. Déterminer $F'(x)$.

2. En déduire la valeur exacte de l'intégrale $\int_0^1 x\,e^{x^2}\,dx$.

3. Justifier que $x\,e^{x^2} \geqslant 0$ sur $[0\,;1]$. Interpréter alors graphiquement le nombre $\int_0^1 x\,e^{x^2}\,dx$.