TD - Dérivation et études de Fonctions - Tale spé

Exercice 1

Déterminer l'expression de la fonction dérivée de chacune des fonction suivantes :

a. $f(x)=\big(3{\cdot}x+5\big)^5$ b. $g(x)=\dfrac{1}{3{\cdot}x^4+11}$

c. $h(x)=\sqrt{x^2+x+1}$ d. $j(x)=\sqrt{\dfrac{1}{x}}$

Exercice 2*

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :

$$f(x)=\big(a{\cdot}x^2+b{\cdot}x\big)^4{\cdot}\big(c{\cdot}x+1\big)$$

où a, b et c sont trois entiers relatifs.

On sait que la fonction f admet pour dérivée la fonction f' dont l'expression est :

$$f'(x)=\big(-18x^2+21x-4\big){\cdot}\big(a{\cdot}x^2+b{\cdot}x\big)^3$$

Déterminer l'expression de la fonction f.

Exercice 3

Pour chacune des fonctions ci-dessous, donner l'expression simplifiée de leur fonction dérivée :

a. $f(x)=\big(3x^2-2x+1\big)\sqrt{x}$ b. $g(x)=(2x+1){\cdot}\sqrt{3-x}$

Exercice 4*

Déterminer l'expression des fonctions dérivées de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x)=\mathrm{e}^{\sqrt{x}}$ 2. $g(x)=x{\cdot}\mathrm{e}^{x^2+1}$

3. $h(x)=x{\cdot}\mathrm{e}^{-\frac{1}{x}}$ 4. $j(x)=\dfrac{\mathrm{e}^{-2x+1}}{\sqrt{2x+1}}$

5. $k(x)=\mathrm{e}^{x^2+x}$ 6. $\ell(x)=\mathrm{e}^{x^2+1}$

Exercice 5

On considère la fonction f définie par la relation :

$$f(x)=\sqrt{6x^2+13x-5}$$

1. Justifier que la fonction f admet pour ensemble de définition la partie I de $\mathbb{R}$ définie par :
$$I=\Big]-\infty\,;-\frac{5}{2}\Big]\cup\Big[\frac{1}{3}\,;+\infty\Big[.$$
2. Déterminer le sens de variation de la fonction f sur son ensemble de définition I.

Exercice 6*

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :

$$f(x)=\frac{x^2+2x+5}{\sqrt{x^2+1}}$$

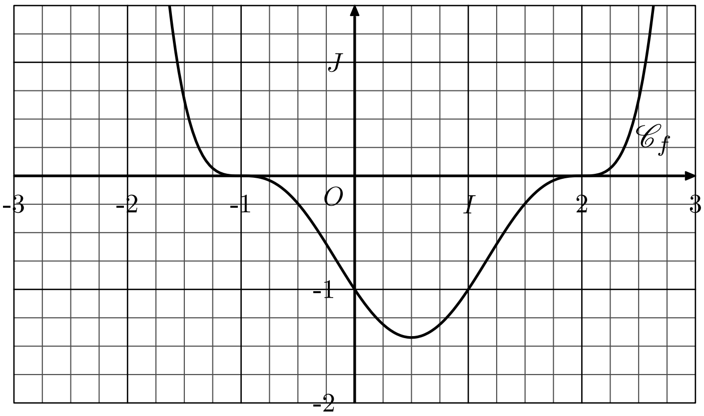
1. Etablir que la dérivée f' de la fonction f admet pour expression :
$$f'(x)=\frac{(x-1)(x^2+x-2)}{\big(x^2+1\big){\cdot}\sqrt{x^2+1}}$$
2. Dresser le tableau de variations de la fonction f.
On admettra les deux limites :
$$\lim_{x\mapsto-\infty}f(x)=+\infty\quad;\quad\lim_{x\mapsto+\infty}f(x)=+\infty$$

Exercice 7*

On considère la fonction f dont l'image d'un nombre $x\in\mathbb{R}$ est définie par la relation :

$$f(x)=\frac{1}{8}{\cdot}\big(x^2-x-2\big)^3$$

Ci-dessous, est donnée la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ de la fonction f dans un repère $\big(O\,;I\,;J\big)$ orthonormé.



1. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
2. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1.
(on utilisera la valeur approchée $f\big(\frac{1}{2}\big)\approx-1{,}4$)

Exercice 8

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ dont l'image d'un nombre x est donnée par la relation :

$$f(x)=(5x^2+3x+2)^5$$

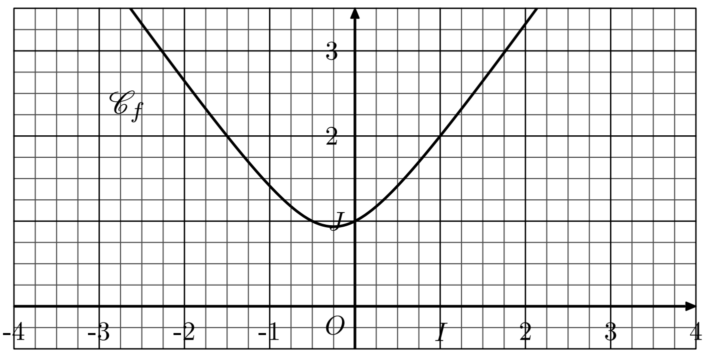
1. Déterminer l'expression de la dérivée f' de la fonction f.
2. Etudier les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

Exercice 9

On considère la fonction f dont l'image d'un nombre x est donnée par la relation :

$$f(x)=\sqrt{2x^2+x+1}$$

1. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f.
2. Déterminer le tableau de variations de la fonction f.
3. Dans un repère $\big(O\,;I\,;J\big)$, on donne la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f :



a. Déterminer l'équation de la tangente (d) à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1.

b. Tracer la droite (d) dans le repère ci-dessus.

