Correction 1

a. La fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$.

La fonction f est la puissance 5-ième de la fonction $u(x)$ où :
$u(x) = 3x+5 \quad ; \quad u'(x) = 3$

La formule de dérivation de la puissance d'une fonction donne l'expression de la fonction f :
$$f'(x) = 5{\cdot}u'(x){\cdot}\big[u(x)\big]^4 = 5{\times}3{\cdot}\big(3x+5\big)^4 = 15{\cdot}\big(3x+5\big)^4$$

b. Le dénominateur étant toujours strictement positif, la fonction g est définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

La fonction g est définie par l'inverse de la fonction u définie par :
$u(x) = 3x^4+1 \quad ; \quad u'(x) = 12{\cdot}x^3$

La formule de dérivation de l'inverse d'une fonction permet d'obtenir l'expression de la fonction g', dérivée de la fonction g :
$$g'(x) = -\frac{u'(x)}{\big[u(x)\big]^2} = -\frac{12{\cdot}x^3}{\big(3x^4+11\big)^2}$$

c. La fonction h est la composée de la fonction u par la fonction racine carrée où :
$u(x) = x^2+x+1 \quad ; \quad u'(x) = 2x+1$

La formule de dérivation d'une fonction racine carrée permet d'obtenir la dérivée de h' :
$$h'(x) = \frac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}} = \frac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x+1}}$$

d. La fonction j est dérivable sur $\mathbb{R}_*^+$.

La fonction j est la composée de la fonction u par la fonction racine carrée où :
$u(x) = \frac{1}{x} \quad ; \quad u'(x) = -\frac{1}{x^2}$

Ainsi, la formule de dérivation de la fonction racine carrée permet d'obtenir l'expression de la fonction j' :
$$j'(x) = \frac{u'(x)}{2{\cdot}\sqrt{u(x)}} = \frac{-\frac{1}{x^2}}{2{\cdot}\sqrt{\frac{1}{x}}} = -\frac{1}{x^2}{\cdot}\frac{1}{2{\cdot}\sqrt{\frac{1}{x}}} = -\frac{1}{2x^2{\cdot}\sqrt{\frac{1}{x}}}$$

Correction 2

L'expression de la fonction f est donnée sous la forme du produit des fonctions u et v définie par :
$u(x) = \big(a{\cdot}x^2+b{\cdot}x\big)^3 \quad ; \quad v(x) = c{\cdot}x+1$
qui admettent pour dérivées :
$u'(x) = 4{\cdot}\big(2a{\cdot}x+b\big){\cdot}\big(a{\cdot}x^2+b{\cdot}x\big)^4 \quad ; \quad v'(x) = c$

La formule de dérivation d'un produit permet d'obtenir l'expression de la fonction f' :
$$\begin{aligned}
f'(x) &= u'(x){\cdot}v(x) + u(x){\cdot}v'(x)\\
&= \Big[4{\cdot}\big(2a{\cdot}x+b\big){\cdot}\big(a{\cdot}x^2+b{\cdot}x\big)^3\Big]{\cdot}\big(c{\cdot}x+1\big) + \Big[\big(a{\cdot}x^2+b{\cdot}x\big)^4\Big]{\cdot}c\\
&= \Big[\big(8a{\cdot}x+4b\big){\cdot}\big(c{\cdot}x+1\big)+\big(a{\cdot}x^2+b{\cdot}x\big){\cdot}c\Big]{\cdot}\big(a{\cdot}x^2+b{\cdot}x\big)^3\\
&= \big(8ac{\cdot}x^2+8a{\cdot}x+4bc{\cdot}x+4b+ac{\cdot}x^2+bc{\cdot}x\big){\cdot}\big(a{\cdot}x^2+b{\cdot}x\big)^3\\
&= \Big[9ac{\cdot}x^2+\big(8a+5bc\big){\cdot}x+4b\Big]{\cdot}\big(a{\cdot}x^2+b{\cdot}x\big)^3
\end{aligned}$$

Par identification du premier facteur avec la forme proposée dans l'énoncé, on obtient le système :
$$\left\{\begin{aligned} 9ac &= -18\\ 8a+5bc &= 21\\ 4b &= -4 \end{aligned}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{aligned} ac &= -2\\ 8a-5c &= 21\\ b &= -1 \end{aligned}\right.$$

On en déduit que le triplet $\big(2\,;-1\,;-1\big)$ est solution.

Ainsi, la fonction f admet pour expression :
$f(x) = \big(2ax^2-x\big)^4{\cdot}\big(-x+1\big)$.

Correction 3

a. La fonction f est définie par le produit des fonctions u et v définies par :
$u(x) = 3x^2-2x+1 \quad ; \quad v(x) = \sqrt{x}$
qui admettent pour dérivées :
$u'(x) = 6x-2 \quad ; \quad v'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

La formule de dérivation d'un produit permet d'obtenir l'expression de la fonction f' dérivée de la fonction f :
$$\begin{aligned}
f'(x) &= u'(x){\cdot}v(x)+u(x){\cdot}v'(x)\\
&= (6x-2)\sqrt{x}+(3x^2-2x+1)\frac{1}{2\sqrt{x}}\\
&= \frac{2(6x-2)\big(\sqrt{x}\big)^2+(3x^2-2x+1)}{2\sqrt{x}}\\
&= \frac{12x^2-4x+3x^2-2x+1}{2\sqrt{x}} = \frac{15x^2-6x+1}{2\sqrt{x}}
\end{aligned}$$

b. La fonction g est définie par le produit des fonctions u et v où :
$u(x) = 2x+1 \quad ; \quad v(x) = \sqrt{3-x}$
qui admettent pour dérivée

- $u'(x) = 2$
- Soit w la fonction définie par :
  $w(x) = \sqrt{x} \quad ; \quad w'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
  La fonction v est la composée d'une fonction affine par la fonction w :
  $v(x) = w(3-x)$
  La fonction v' admet pour expression :
  $v'(x) = -1{\cdot}w'(3-x) = -\frac{1}{2\sqrt{3-x}} = \frac{-1}{2\sqrt{3-x}}$

La formule de dérivation d'un produit permet d'obtenir l'expression de la fonction g' dérivée de la fonction g :
$$\begin{aligned}
g'(x) &= u'(x){\cdot}v(x)+u(x){\cdot}v'(x)\\
&= 2{\cdot}\sqrt{3-x}+(2x+1){\cdot}\frac{-1}{2\sqrt{3-x}}\\
&= \frac{\big(2{\cdot}\sqrt{3-x}\big)^2}{2\sqrt{3-x}}+\frac{-2x-1}{2\sqrt{3-x}} = \frac{4(3-x)-2x-1}{2\sqrt{3-x}}\\
&= \frac{12-4x-2x-1}{2\sqrt{3-x}} = \frac{11-6x}{2\sqrt{3-x}}
\end{aligned}$$

Correction 4

1. La fonction f est définie par la composée de la fonction u par la fonction exponentielle où :
$u(x) = \sqrt{x} \quad ; \quad u'(x) = \frac{1}{2{\cdot}\sqrt{x}}$

La formule de dérivation de la fonction exponentielle permet d'obtenir l'expression de la fonction f' :

$$f'(x) = u'(x)\cdot \mathrm{e}^{u(x)} = \frac{1}{2\sqrt{x}}\cdot\mathrm{e}^{\sqrt{x}} = \frac{\mathrm{e}^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}$$

2. La fonction g est définie par le produit des deux fonctions u et v définies par :

$u(x) = x \quad ; \quad v(x) = \mathrm{e}^{x^2+1}$

qui admettent pour dérivée :

$u'(x) = 1 \quad ; \quad v'(x) = 2x\cdot\mathrm{e}^{x^2+1}$

Ainsi, la formule de dérivation d'un produit permet d'obtenir l'expression de la fonction g' :

$$g'(x) = u'(x)\cdot v(x) + u(x)\cdot v'(x) = 1\cdot\mathrm{e}^{x^2+1} + x\cdot\big(2x\cdot\mathrm{e}^{x^2+1}\big)$$
$$= \mathrm{e}^{x^2+1} + 2x^2\cdot\mathrm{e}^{x^2+1} = \mathrm{e}^{x^2+1}\cdot\big(2x^2+1\big)$$

3. La fonction h est le produit des fonctions u et v où :

$u(x) = x \quad ; \quad v(x) = \mathrm{e}^{-\frac{1}{x}}$

qui admettent pour dérivée les fonctions :

$u'(x) = 1 \quad ; \quad v'(x) = \dfrac{1}{x^2}\cdot\mathrm{e}^{-\frac{1}{x}}$

La formule de dérivation d'un produit permet d'obtenir l'expression de la fonction h' :

$$h'(x) = u'(x)\cdot v(x) + u(x)\cdot v'(x) = 1\cdot\mathrm{e}^{-\frac{1}{x}} + x\cdot\Big(\frac{1}{x^2}\cdot\mathrm{e}^{-\frac{1}{x}}\Big)$$
$$= \mathrm{e}^{-\frac{1}{x}} + \frac{1}{x}\cdot\mathrm{e}^{-\frac{1}{x}} = \Big(1+\frac{1}{x}\Big)\cdot\mathrm{e}^{-\frac{1}{x}}$$

4. La fonction j est définie par le quotient des deux fonctions u et v définies par :

$u(x) = \mathrm{e}^{-2x+1} \quad ; \quad v(x) = \sqrt{2x+1}$

qui admettent pour dérivée :

$u'(x) = -2\mathrm{e}^{-2x+1} \quad ; \quad v'(x) = \dfrac{2}{2\sqrt{2x+1}} = \dfrac{1}{\sqrt{2x+1}}$

La formule de dérivation du quotient permet d'obtenir l'expression de la fonction j' dérivée de la fonction j :

$$j'(x) = \frac{u'(x)\cdot v(x) - u(x)\cdot v'(x)}{\big[v(x)\big]^2}$$
$$= \frac{-2\mathrm{e}^{-2x+1}\cdot\sqrt{2x+1} - \mathrm{e}^{-2x+1}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{2x+1}}}{\big(\sqrt{2x+1}\big)^2}$$
$$= \frac{\dfrac{-2\mathrm{e}^{-2x+1}\cdot(2x+1) - \mathrm{e}^{-2x+1}}{\sqrt{2x+1}}}{2x+1}$$
$$= \frac{-2\mathrm{e}^{-2x+1}\cdot(2x+1) - \mathrm{e}^{-2x+1}}{\sqrt{2x+1}\cdot(2x+1)}$$
$$= \frac{-\mathrm{e}^{-2x-2}\cdot(4x+2) - \mathrm{e}^{-2x+1}}{\sqrt{2x+1}\cdot(2x+1)} = -\frac{\mathrm{e}^{-2x-2}\cdot(4x+3)}{\sqrt{2x+1}\cdot(2x+1)}$$

5. La fonction k est définie comme la composée de la fonction u par la fonction exponentielle où :

$u(x) = x^2+x \quad ; \quad u'(x) = 2x+1$

La formule de dérivation de la composée d'une fonction par la fonction exponentielle permet d'obtenir l'expression de la fonction k' :

$k'(x) = u'(x)\cdot\mathrm{e}^{u(x)} = (2x+1)\cdot\mathrm{e}^{x^2+x}$

6. La fonction ℓ est la composée de la fonction u par la fonction exponentielle où :

$u(x) = x^2+1 \quad ; \quad u'(x) = 2x$

La formule de dérivation de la fonction exponentielle donne l'expression de la fonction g' :

$\ell'(x) = u'(x)\cdot\mathrm{e}^{u(x)} = 2x\cdot\mathrm{e}^{x^2+1}$

Correction 5

1. Déterminons le signe du polynôme du second degré situé sous le radical. Ce polynôme a pour discriminant :

$\Delta = b^2 - 4\cdot a\cdot c = 13^2 - 4\times6\times(-5) = 169 - (-120) = 289$

On a la simplification : $\sqrt{289} = \sqrt{17^2} = 17$

Le discriminant étant strictement positif, ce polynôme admet les deux racines suivantes :

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2\cdot a} = \frac{-13-17}{2\times6} = \frac{-30}{12} = -\frac{5}{2}$$

$$x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2\cdot a} = \frac{-13+17}{2\times6} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

Le coefficient du second degré étant strictement positif, on a le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$		$-\frac{5}{2}$		$\frac{1}{3}$		$+\infty$
$6x^2+13x-5$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Une racine carrée n'étant définie que pour un nombre positif ou nul, on en déduit que l'image d'un nombre x par la fonction f ne peut exister que si l'expression sous le radical est positif ou nul. On en déduit l'ensemble de définition de la fonction f :

$$\mathcal{D}_f = I = \Big]-\infty\,;-\frac{5}{2}\Big] \cup \Big[\frac{1}{3}\,;+\infty\Big[$$

2. L'expression de la fonction f est donnée sous la forme de la composée d'une fonction u par la fonction racine carrée où :

$u(x) = 6x^2+13x-5 \quad ; \quad u'(x) = 12x+13$

Par la formule de la dérivée de la composée d'une fonction par la fonction racine carrée, on obtient l'expression de la fonction f', dérivée de la fonction f :

$$f'(x) = \frac{u'(x)}{2\cdot\sqrt{u(x)}} = \frac{12x+13}{2\cdot\sqrt{6x^2+13x-5}}$$

Ainsi, on a le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$		$-\frac{5}{2}$		$-\frac{13}{12}$		$\frac{1}{3}$		$+\infty$
$12x+13$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$2\sqrt{6x^2+13x-5}$		$+$	0				0	$+$	
$f'(x)$		$-$	$\Vert$				$\Vert$	$+$	

Pour $x\neq0$, on a les transformations algébriques :

$$f(x) = \sqrt{6x^2+13x-5} = \sqrt{x^2\cdot\Big(6+\frac{13}{x}-\frac{5}{x^2}\Big)}$$

On a les deux limites suivantes :

$$\lim_{x\mapsto-\infty} x^2 = +\infty \quad ; \quad \lim_{x\mapsto-\infty} 6+\frac{13}{x}-\frac{5}{x^2} = 6$$

On en déduit la limite :

$$\lim_{x\mapsto-\infty} x^2\cdot\Big(6+\frac{13}{x}-\frac{5}{x^2}\Big) = +\infty \Longrightarrow \lim_{x\mapsto-\infty} f(x) = +\infty$$

De même, on obtient la limite : $\displaystyle\lim_{x\mapsto+\infty} f(x) = +\infty$

Ainsi, la fonction f admet le tableau de variations suivant :

x	$-\infty$	$-\frac{5}{2}$	$\frac{1}{3}$	$+\infty$
Variation de f	$+\infty$ ↘	0	0	↗ $+\infty$

Correction 6

1. La fonction f est définie par le quotient des fonctions u et v définies par :
$$u(x)=x^2+2x+5 \quad ; \quad v(x)=\sqrt{x^2+1}$$
qui admettent pour dérivée :
$$u(x)=2{\cdot}x+2 \quad ; \quad v'(x)=\frac{2{\cdot}x}{2{\cdot}\sqrt{x^2+1}}=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$$
La formule de dérivation d'un quotient permet d'obtenir l'expression de la fonction dérivée f' :
$$f'(x)=\frac{u'(x){\cdot}v(x)-u(x){\cdot}v'(x)}{\big[v(x)\big]^2}$$
$$=\frac{(2{\cdot}x+2){\cdot}\sqrt{x^2+1}-(x^2+2x+5)\cdot\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}}{\big(\sqrt{x^2+1}\big)^2}$$
$$=\frac{\dfrac{(2{\cdot}x+2){\cdot}(x^2+1)-(x^2+2x+5)\cdot x}{\sqrt{x^2+1}}}{x^2+1}$$
$$=\frac{(2{\cdot}x+2){\cdot}(x^2+1)-(x^2+2x+5)\cdot x}{(x^2+1){\cdot}\sqrt{x^2+1}}$$
$$=\frac{2x^3+2x+2x^2+2-x^3-2x^2-5x}{(x^2+1){\cdot}\sqrt{x^2+1}}$$
$$=\frac{x^3-3x+2}{(x^2+1){\cdot}\sqrt{x^2+1}}$$
Identifions cette expression de f' à l'expression proposée dans l'énoncé :
$$\frac{(x-1)(x^2+x-2)}{(x^2+1){\cdot}\sqrt{x^2+1}}=\frac{x^3+x^2-2x-x^2-x+2}{(x^2+1){\cdot}\sqrt{x^2+1}}$$
$$=\frac{x^3-3x^2+2}{(x^2+1){\cdot}\sqrt{x^2+1}}=f'(x)$$

2. Etudions le polynôme du second degré x^2+2x+5 qui admet pour discriminant :
$$\Delta=b^2-4{\cdot}a{\cdot}c=1^2-4{\times}1{\times}(-2)=1+8=9$$
On a la simplification : $\sqrt{\Delta}=\sqrt{9}=3$

Le discriminant étant strictement positif, on en déduit que ce polynôme admet les deux racines :
$$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2{\cdot}a}=\frac{-1-3}{2{\times}1}=\frac{-4}{2}=-2 \qquad x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2{\cdot}a}=\frac{-1+3}{2{\times}1}=\frac{2}{2}=1$$
Le coefficient du terme de second degré étant positif, on connait le signe de ce polynôme.

Le dénominateur du quotient définissant f' est toujours strictement positif, on en déduit le tableau de signes :

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$x-1$		$-$		$-$	0	$+$	
x^2+x-2		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	

La fonction f admet les deux images suivantes :

- $f(-2)=\dfrac{(-2)^2+2{\times}(-2)+5}{\sqrt{(-2)^2+1}}=\dfrac{4+(-4)+5}{\sqrt{4+1}}=\dfrac{5}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}$
- $f(1)=\dfrac{1^2+2{\times}1+5}{\sqrt{1^2+1}}=\dfrac{1+2+5}{\sqrt{1+1}}=\dfrac{8}{\sqrt{2}}=4{\cdot}\sqrt{2}$

On obtient le tableau de variations de la fonction f :

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$
Variation de f	$+\infty$ ↘	$\sqrt{5}$ ↗	$4\sqrt{2}$ ↗	$+\infty$

Correction 7

1. En notant u la fonction définie par :
$$u(x)=x^2-x-2 \quad ; \quad \text{où } u'(x)=2x-1$$
D'après la formule de dérivation de la puissance n-ième d'une fonction, on en déduit l'expression de la fonction f', dérivée de la fonction f :
$$f'(x)=\frac{1}{8}{\times}3{\cdot}u'(x){\cdot}\big[u(x)\big]^2=\frac{1}{8}{\times}3{\cdot}(2x-1){\cdot}(x^2-x-2)^2$$
$$=\frac{3}{8}{\cdot}(2x-1){\cdot}(x^2-x-2)^2$$
Un carrée étant toujours positif ou nul, déterminons les valeurs pour lesquelles s'annulent ce polynôme du second degré. Il admet pour discriminant :
$$\Delta=b^2-4{\cdot}a{\cdot}c=(-1)^2-4{\times}1{\times}(-2)=1+8=9$$
On a la simplification : $\sqrt{\Delta}=\sqrt{9}=3$

Le discriminant étant strictement positif, ce polynôme admet les deux racines suivantes :
$$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2{\cdot}a}=\frac{-(-1)-3}{2{\times}1}=\frac{1-3}{2}=\frac{-2}{2}=-1 \qquad x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2{\cdot}a}=\frac{-(-1)+3}{2{\times}1}=\frac{1+3}{2}=\frac{4}{2}=2$$
Ainsi, on obtient le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$		-1		$\frac{1}{2}$		2		$+\infty$
$\frac{3}{8}{\cdot}(2x-1)$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
x^2-x-2		$+$	0	$+$		$+$	0	$+$	
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	

Pour $x\neq0$, on a les transformations algébriques :
$$f(x)=\frac{1}{8}{\cdot}(x^2-x-2)^3=\frac{1}{8}{\cdot}\Big[x^2{\cdot}\Big(1-\frac{1}{x}-\frac{2}{x^2}\Big)\Big]^3$$
$$=\frac{1}{8}{\cdot}x^6{\cdot}\Big(1-\frac{1}{x}-\frac{2}{x^2}\Big)^3$$

On a les deux limites suivantes :
$\lim_{x\mapsto-\infty} \frac{1}{8}\cdot x^6 = +\infty$; $\lim_{x\mapsto-\infty} \Big(1-\frac{1}{x}-\frac{2}{x^2}\Big)^3 = 1$

On en déduit la limite suivante : $\lim_{x\mapsto-\infty} f(x) = +\infty$

De même, on montre que : $\lim_{x\mapsto+\infty} f(x) = +\infty$

Ainsi, la fonction f admet le tableau de variations suivant :

x	-∞		-1		$\frac{1}{2}$		2		$+\infty$
Variation de f	$+\infty$	↘	0	↘	$-1,4$	↗	0	↗	$+\infty$

2. On a les deux valeurs :

- $f(1) = \frac{1}{8}\cdot\big(x^2-x-2\big)^3 = \frac{1}{8}\times(-2)^3 = \frac{1}{8}\times(-8) = -1$
- $f'(1) = \frac{3}{8}\cdot(2\times1-1)\cdot\big(1^2-1-2\big)^2 = \frac{3}{8}\times1\times(-2)^2$
$= \frac{3}{8}\times4 = \frac{3}{2}$

Ainsi, la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1 admet pour équation réduite :
$y = f'(1)\cdot\big(x-1\big)+f(1)$

$y = \frac{3}{2}\cdot(x-1)-1$

$y = \frac{3}{2}\cdot x - \frac{3}{2} - 1$

$y = \frac{3}{2}\cdot x - \frac{5}{2}$

Correction 8

1. L'expression de la fonction f est donnée sous la forme :
$f(x) = \big[u(x)\big]^5$
où la fonction u est définie par :
$u(x) = 5x^2+3x+2$; $u'(x) = 10x+3$

La formule de dérivation de la puissance n-ième d'une fonction permet d'obtenir l'expression de la fonction f :
$f'(x) = 5\cdot u'(x)\cdot\big[u(x)\big]^4 = 5\cdot\big(10x+3\big)\cdot\big(5x^2+3x+2\big)^4$

2. Déterminons le discriminant de l'expression $5x^2+3x+2$:
$\Delta = b^2-4\cdot a\cdot c = 3^2-4\times5\times2 = 9-40 = -31$
Le discriminant de ce polynôme étant strictement négatif, ce polynôme ne s'annule pas sur $\mathbb{R}$.
On en déduit que le facteur $\big(5x^2+3x+2\big)^4$ est strictement positif.

Le signe de la dérivée f' ne dépend que du facteur $10x+3$. On obtient le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$		$-\frac{3}{10}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	

Ainsi, les variations de la fonction f sont résumées dans le tableau ci-dessous :

x	-∞		$-\frac{3}{10}$		$+\infty$
Variation de f		↘		↗	

Correction 9

1. La fonction f est définie si l'expression située sous le radical a des valeurs positives ou nulles.
Déterminons le signe du polynôme du second degré situé sous le radical. Il a pour discriminant :
$\Delta = b^2-4\cdot a\cdot c = 1^2-4\times2\times1 = 1-8 = -7$
Le discriminant étant strictement négatif, on en déduit que ce polynôme a pour signe sur $\mathbb{R}$ le signe de son coefficient du second degré : ce polynôme est touours strictement positif.

On en déduit : $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}$.

2. La fonction f est définie par la racine carrée de la fonction u où :
$u(x) = 2x^2+x+1$; $u'(x) = 4x+1$
La formule de dérivation de la composée d'une fonction par la racine carré, on obtient l'expression de la fonction f' :

$$f'(x) = \frac{u'(x)}{2\cdot\sqrt{u(x)}} = \frac{4x+1}{2\sqrt{2x^2+x+1}}$$

Le dénominateur étant strictement positif, le signe de f' ne dépend que de son numérateur :

x	$-\infty$		$-\frac{1}{4}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	

Ainsi, la fonction f admet le tablaeu de variation suivant :

x	-∞		$-\frac{1}{4}$		$+\infty$
Variation de f		↘		↗	

3. a. On a les deux valeurs suivantes :

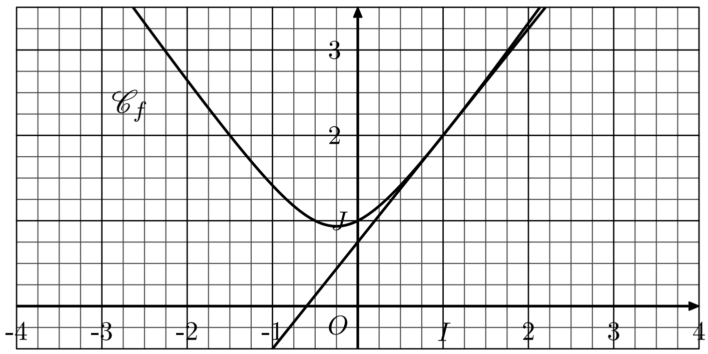
- $f(1) = \sqrt{2\times1^2+1+1} = \sqrt{4} = 2$
- $f'(1) = \frac{4\times1+1}{2\cdot\sqrt{2\times1^2+1+1}} = \frac{5}{2\times2} = \frac{5}{4}$

Ainsi, la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1 admet pour équation :
$y = f'(1)\cdot\big(x-1\big)+f(1)$

$y = \frac{5}{4}\cdot\big(x-1\big)+2$

$y = \frac{5}{4}\cdot x - \frac{5}{4} + 2$

$y = \frac{5}{4}\cdot x + \frac{3}{4}$


$\mathscr{C}_f$
3
2
J
O
I
-4
-3
-2
-1
2
3
4

