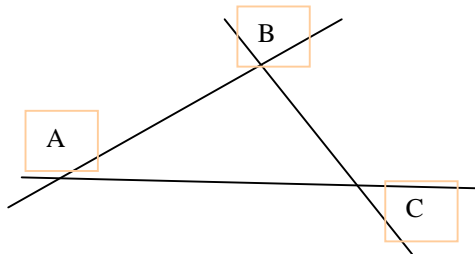


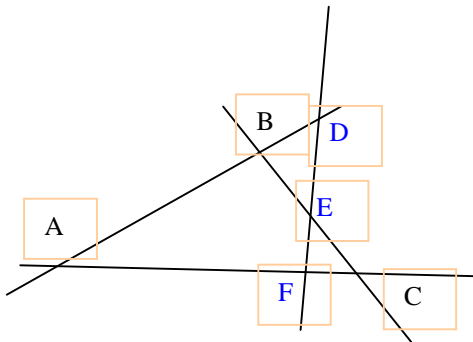
38 Triangle

1 - Par pliage, marque quatre droites.
Combien de triangles peux-tu compter ?



Trois droites qui se coupent déterminent un triangle.

La quatrième droite recoupe les trois autres aux points D, E, F.



On peut observer 4 triangles :
ABC ; ADF ; BDE. CEF

Cependant, les 6 points permettent de définir 20 triangles que l'on peut retrouver en écrivant systématiquement :

ABC **ABD** ABE ABF
ACD ACE **ACF**
ADE ADF
AEF

BCD **BCE** BCF
BDE BDF
BEF

CDE CDF
CEF

DEF

Parmi ces 20 triangles, 4 formés de points alignés ne sont que des segments. (ABD BCE DEF ACF). Il reste donc seize triangles.

Notes : Un triangle est entièrement défini par ses sommets ou par ses côtés. Ces deux définitions conduisent à deux visions du triangle qui donnent des réponses sensiblement différentes.

La recherche exhaustive des triangles est un exercice difficile qui demande méthode, esprit d'observation. On la proposera à l'élève sans pénaliser son absence de réussite.

Cet exercice est l'occasion d'aborder les cas des triangles « aplatis » dont les trois sommets sont alignés.

2 - Marque trois points A, B C. Ils délimitent un triangle.

Écris les différentes manières de nommer ce triangle.

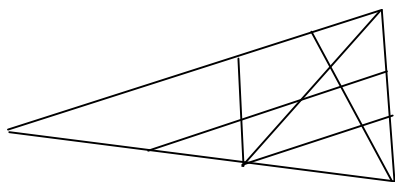
exemple : CBA.

Pour nommer un triangle, on peut partir de chacun de ses sommets et le parcourir dans deux sens.

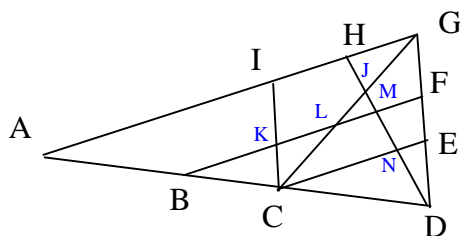
Il y a donc six façons de nommer un même triangle :

ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA

3 – En suivant les lignes, combien comptes-tu de triangles différents ?



L'énoncé indique que les triangles recherchés sont définis par leurs côtés, ce qui limite le nombre qui reste grand. Définir une méthode de recherche est nécessaire.



Neuf points sont sur le périmètre de la figure, 5 sont à l'intérieur, déterminons pour chacun de ces points les triangles dont ils sont les sommets.

A (4) (ACI, ACG, ADH, ADG)

B (4) (BCK, BCL, BDF, BDM)

C (12) (CBK, CAI, CKL, CGI, CJN, CEG, CDN, CDE, CLB, CGA, CDJ, CDG)

D (12) (DCN, DBM, DAH, DNE, DMF, DHG, DCE, DBF, DAG, DCG, DCJ, DGJ)

E (3) (EDN, EDC, ECG)

F (3) (FDB, FLG, FDM)

G (9) (GFL, GEC, GDC, GDA, GCA, GCI, GHJ, GDJ, GDH)

H (3) (HAD, HDG, HJG)

I (2) (IAC, ICG)

J (5) (JGH, JLM, JCN, JCD, JDG)

K (2) (KBC, KCL)

L (4) (LCK, LBC, LJM, LFG)

M (3) (MJL, MDF, MBD)

N (3) (NCD, NDE, NCJ)

Soit au total :

$$4+4+12+12+3+3+9+3+2+5+2+4+3+3=69$$

Mais chaque triangle est compté une fois depuis chacun de ses trois sommets, ce qui fait en divisant par trois ($69 / 3$) 23 triangles.

Voici ces triangles rangés en suivant un ordre alphabétique :

ACG ACI ADG ADH

BCK BCL BDF BDM

CDE CDG CDJ CDN

CEG CGI CJN CKL

DEN DFM DGH DGJ

FGL

GHJ

JLM

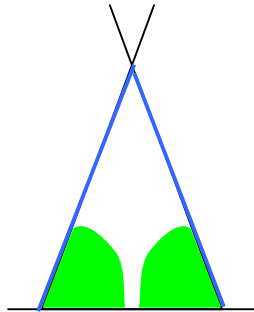
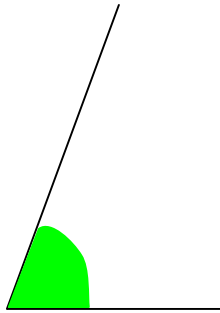
Note : cette recherche très difficile, demande méthode et attention ; elle ne saurait se mener sans hésitation, doute et tâtonnement. L'intérêt n'est pas tant d'obtenir « la » réponse qu'affiner les moyens de sa recherche.

4 - Trace le gabarit d'angle plus petit qu'un angle droit.

Utilise le gabarit pour tracer un triangle qui a deux angles égaux.

Compare les côtés du triangle. Que remarques-tu ?

Ta remarque reste-t-elle valable si tu changes de gabarit d'angle ?



Deux côtés du triangle sont égaux.
(Le triangle est isocèle).

Cette remarque reste valable si on change de gabarit d'angle.

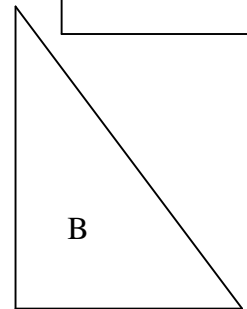
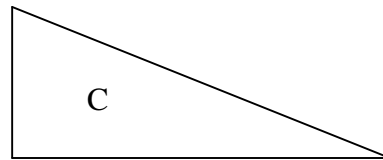
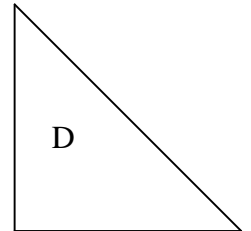
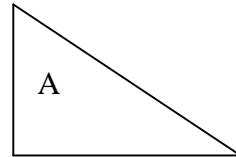
5 - a) Utilise du papier quadrillé pour tracer quatre triangles rectangles qui auront pour côtés de l'angle droit :

triangle A (2 cm et 3 cm) ;

triangle B (3 cm et 4 cm) ;

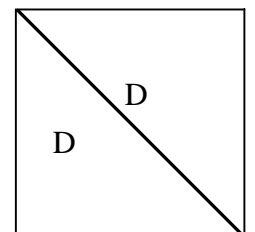
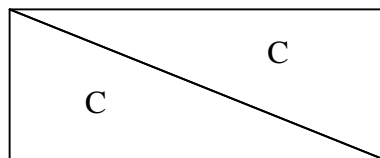
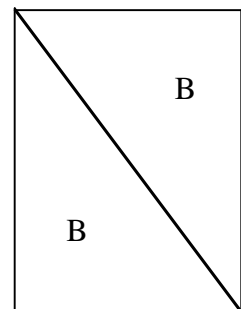
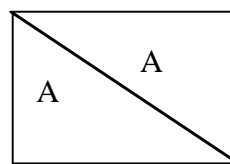
triangle C (2 cm et 5 cm) ;

triangle D (3 cm et 3 cm).



b) En utilisant les modèles de triangles ci-dessus, est-il possible de former un rectangle à l'aide de deux triangles égaux ?

Un triangle rectangle est un demi-rectangle, il est toujours possible d'obtenir un rectangle, quelles que soient les dimensions du triangle rectangle initial.



Quel est le modèle de triangle qui correspond au plus petit rectangle ?

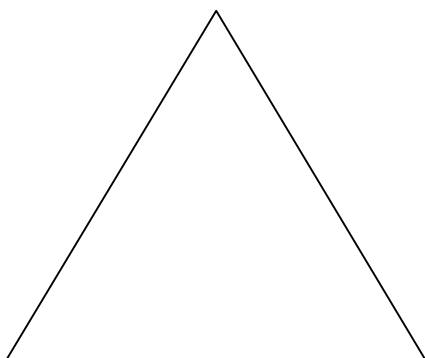
Le rectangle formé à partir de A est recouvert par tous les autres modèles, c'est le plus petit des rectangles.

Quel est le modèle de triangle qui correspond au plus grand rectangle ?

D est recouvert par B ; on a donc : $A < B < D$
Par contre ni C ni B ne peuvent se recouvrir, on ne peut les comparer. De même, on ne peut comparer C avec D.

Le rectangle formé avec le triangle rectangle isocèle D est un carré.

6°- Trace deux triangles équilatéraux de 6 centimètres de côté. Que remarques-tu ?



Ces deux triangles sont égaux : ils se superposent exactement.

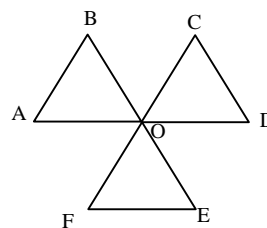
7°- Trace trois triangles équilatéraux égaux disposés comme ci-dessous.

Que peux-tu dire du triangle AOC ?

Le triangle AOC est un triangle isocèle : ses côtés AO et CO sont égaux.

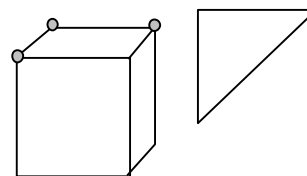
Que peux-tu dire du triangle AEC ?

Le triangle AEC est un triangle équilatéral.



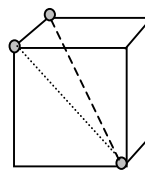
8 – Héloïse choisit trois sommets sur un cube.

Elle dessine le triangle formé par les trois sommets.



En choisissant d'autres sommets du cube, est-il possible de trouver des triangles de formes différentes ?

Si les trois sommets sont sur une même face du cube, les triangles rectangles seront tous isocèles et égaux.



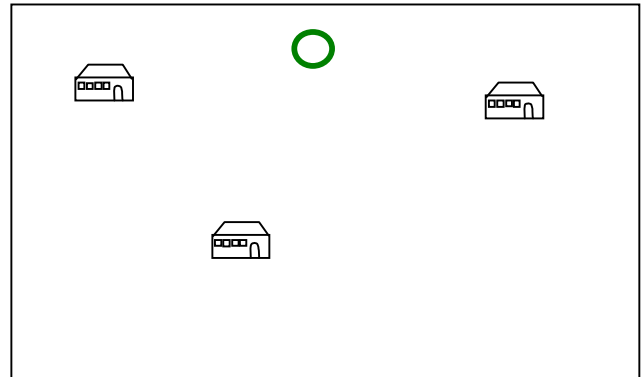
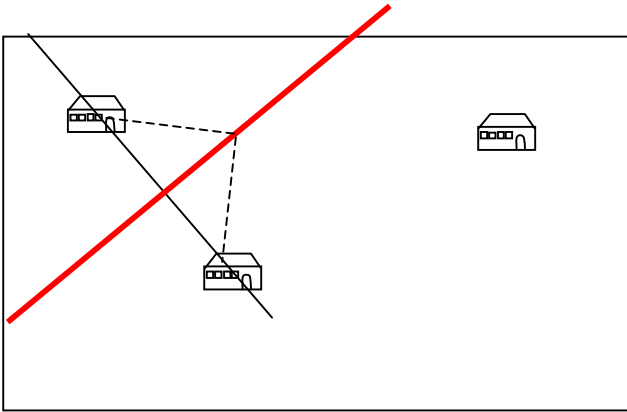
Si les trois sommets sont sur deux faces différentes du cube, on obtient des triangles rectangles. Les trois côtés du triangles sont de longueurs différentes.

Ces triangles rectangles seront égaux entre eux, leur plus petit côté a pour mesure l'arête du cube.

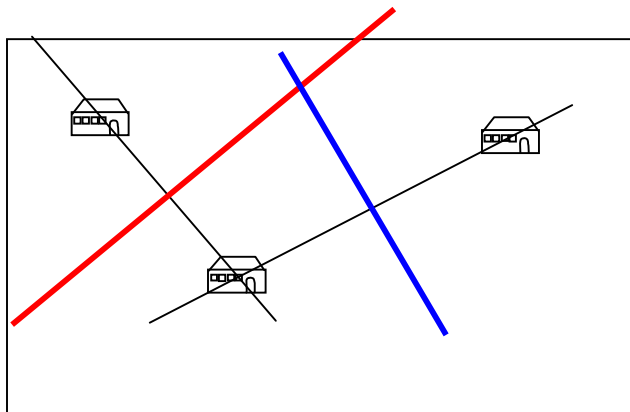
9 - Un fermier de l'Arizona veut creuser un puits à égale distance de chacune de ses trois bergeries.

Reproduis le schéma et indique quel est l'endroit le mieux adapté.

Le point qui appartient à la fois à la ligne rouge et à la ligne bleue est à égale distance des trois fermes.



En prenant deux fermes pour sommets des triangles, les triangles isocèles qui ont pour sommets ces deux fermes ont leur troisième sommet sur une droite (en rouge sur le schéma).



De même, les triangles isocèles qui ont pour sommets ces deux fermes différents ont leur troisième sommet sur une droite (en bleu sur le schéma).