

26 Table de Pythagore

1 – Observe la table de Pythagore.

1 ; 2 ; 3 ; ... Tous les nombres se trouvent dans la première ligne (et dans la première colonne) d'une table de Pythagore.

Trouve deux nombres qui ne se trouvent que dans cette première ligne (colonne).

Trouve deux nombres qui se trouvent seulement une fois ailleurs que dans cette première ligne (colonne).

Trouve deux nombres qui se trouvent deux fois ailleurs que dans cette première ligne (colonne).

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

3, 5, 7 ne retrouvent pas ailleurs.

4 (2x2), 6 (2x3), 8 (2x4), 9 (3x3) se retrouvent ailleurs.

2 – Dessine une table de Pythagore où tu inscriras les produits jusqu'à 12 x 12.

Pourquoi est-il suffisant de connaître par cœur les produits inférieurs à 10 x 10 ?

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
11	11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132
12	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144

Il n'est pas nécessaire de connaître par cœur les produits supérieurs à dix dont on peut se passer dans les calculs.

3 – Observe le schéma ci-dessous où l'on a représenté un fragment de table de Pythagore.

		51	52	53
27		1 377	1 404	1 431
28		1 428	1 456	1 484
29		1 479	1 508	1 537

4 – Dans une table de Pythagore aussi grande que l'on veut (voir exercice 3)

a) Peux-tu trouver deux nombres plus grands que dix qui ne se trouvent nulle part ailleurs que dans la première ligne (colonne).

3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, ...97, ...

Seuls les nombres qui peuvent s'écrire sous forme d'un produit (exemple $437 = 23 \times 19$) se trouvent dans la table. Certains qui peuvent s'écrire de plusieurs manières sous forme de produit y sont plusieurs fois ($24 = 12 \times 2 = 8 \times 3 = 6 \times 4...$)

b) 36 est un nombre qui se trouve sur la diagonale descendante à la 6^e ligne. On peut aussi le trouver à la 18^e ligne. Pourquoi ?

$$36 = 6 \times 6$$

$$36 = 18 \times 2$$

Ces deux produits valant 36, on trouve aux places correspondantes.

Sur quelle autre ligne peut-on le trouver ?

$$36 = 12 \times 3$$

On peut aussi le trouver sur la douzième ligne.

c) 169 se trouve seulement sur la diagonale descendante. A quelle position ?

Peux-tu trouver un autre nombre qui se trouve seulement sur la diagonale descendante.

$$169 = 13 \times 13$$

169 se trouve en treizième position sur la diagonale descendante.

Les nombres qui ne peuvent pas se mettre sous la forme d'un produit permettent de trouver des termes qui ne figurent que sur la diagonale descendante :

$$121 = 11 \times 11$$

$$289 = 17 \times 17$$

$$361 = 19 \times 19$$

....

5 – 120 est un nombre qui se retrouve souvent sur la grille d'une table de Pythagore. Observe le fragment de table ci-dessous où le nombre 120 apparaît.

		30		60
2				120
4		120		

a) Reproduis ce schéma et colorie en rouge la case où 120 est en position (2 ; 60) ; colorie en bleu la case où 120 est en position (4 ; 30).

b) Donne la position d'autres cases où 120 apparaît.

c) Combien y a-t-il de réponses possibles ?

$$2 \times 60$$

$$3 \times 40$$

$$4 \times 30$$

$$5 \times 24$$

$$6 \times 20$$

$$8 \times 15$$

$$10 \times 12$$

120 peut s'écrire avec sept produits différents, il apparaît 14 fois dans le tableau.

6° - 1 ; 4 ; 9 ; 16... ces nombres sont sur la diagonale descendante de la table de Pythagore.

a) 81 ; 100... Continue la série au-delà de 100.

1 (1x1)	1
4 (2x2)	4
9 (3x3)	9
16 (4x4)	6
25 (5x5)	5
36 (6x6)	6
49 (7x7)	9
64 (8x8)	4
81 (9x9)	1
100 (10x10)	0
121(11x11)	1
144 (12x12)	4
169 (13x13)	9
196 (14x14)	6
225	5

b) Observe le dernier chiffre des nombres qui constituent cette série.

Peux-tu dire sans autres calculs si le nombre 857 se trouve sur la diagonale descendante de la table de Pythagore ? Pourquoi ?

Le dernier chiffre peut être 0, 1, 4, 5, 6 ou 9.

Si on prend des nombres en suivant, les derniers chiffres sont dans l'ordre : 1, 4, 9, 6, 5, 6, 9, 4, 1, 0 et la série recommence.

857 ne se trouve pas sur la diagonale descendante de la table de Pythagore car il ne se termine ni par 0, ni par 1, ni par 4, ni par 5, ni par 6, ni par 9.