Calcul littéral 2

I Rappels

Propriété
Pour tout nombre k, a et b on a :

$$forme\ factorisée \{k \times (a+b) = k \times a + k \times b\} forme\ développée$$
$$forme\ factorisée \{k \times (a-b) = k \times a - k \times b\} forme\ développée$$

Exemple :
$5(6x+3) = 5 \times 6x + 5 \times 3 = 30x + 15$
$5(6x+3)$ est la forme factorisée et $30x + 15$ est la forme développée.

Définition :
Factorisée une expression c'est l'écrire sous la forme d'un produit.

Autrement dit c'est écrire l'expression sous forme factorisée c'est-à-dire trouver l'expression correspondante avec les parenthèses.

II Factoriser avec un facteur commun

1) Cas simple

On cherche à factoriser $24x + 15$.

a) On cherche un facteur commun, c'est-à-dire un nombre entier qui divise chaque terme ($24x\ et\ 15$.)
b) On réécrit chaque terme comme un produit faisant apparaître le facteur commun.
c) On écrit l'expression factorisée.

Ici on obtient donc :

a) 3 est un nombre qui divise à la fois $24x\ et\ 15$, on peut également dire que $24x\ et\ 15$ sont tous les deux dans la table de 3.
b) $24x = 3 \times 8x$ et $15 = 3 \times 5$
c) $24x + 15 = 3 \times 8x + 3 \times 5 = 3(8x + 5)$

ATTENTION :
Il est inutile de prendre 1 comme facteur commun (cela ne change pas l'expression de départ)
Il existe parfois plusieurs facteurs communs et parfois il n'en existe aucun et l'expression n'est pas factorisable.

Exemple :
$32 - 72x = 8 \times 4 - 8 \times 9x = 8(4 - 9x)$ (*Ici on aurait également pu choisir 2 ou 4 comme facteur commun mais on préfèrera toujours prendre le plus grand possible – les autres réponses restent justes pour autant*)

$25x + 40x^2 = 5x \times 5 + 5x \times 8x = 5x(5 + 8x)$ (*De même ici on aurait pu mettre simplement 5 en facteur commun mais en « ajoutant » le x on obtient encore plus en commun dans les deux termes*)

2) Cas complexe

On étudie ici le cas où le facteur commun n'est pas un nombre mais une expression. Toutefois la méthode reste identique.

On cherche à factoriser $(3x+1)(4x-2) + (3x+1)(7x+11)$

a) Le facteur commun est $(3x + 1)$ car il apparait dans chaque terme.

b) Il est ici inutile de réécrire les termes car le facteur commun est apparent.

c) $(3x+1)(4x-2)+(3x+1)(7x+11)$

$= (3x+1)(4x-2)+(3x+1)(7x+11)$ // J'ai juste ajouté la couleur

$= (3x+1)((4x-2)+(7x+11))$

$= (3x+1)(4x-2+7x+11)$ *// On supprime les parenthèses intérieures qui sont inutiles*

$= (3x+1)(11x+9)$ *// On réduit l'expression*

Exemples :

$(6x-1)(4x-2)+(6x-1)(x+8)$

$= (6x-1)((4x-2)+(x+8))$

$= (6x-1)(4x-2+x+8)$ *// On supprime les parenthèses intérieures qui sont inutiles*

$= (6x-1)(5x+6)$ *// On réduit l'expression*

$(2x+1)^2+(9x-13)(2x+1)$

$= (2x+1)(2x+1)+(9x-13)(2x+1)$ *// on décompose l'expression au carré pour transformer chaque terme en produit*

$= (2x+1)(2x+1)+(9x-13)(2x+1)$ *// J'ai juste ajouté la couleur – on remarquera qu'on n'extrait qu'un seul facteur commun*

$= (2x+1)((2x+1)+(9x-13))$

$= (2x+1)(2x+1+9x-13)$

$= (2x+1)(11x-12)$ *// On réduit l'expression*