Prénom : Mathématiques Date :

Nom : Première ES

Exercice 1 : (6 points)
On considère trois fonctions f, g et h définies respectivement sur D_f , D_g et D_h .

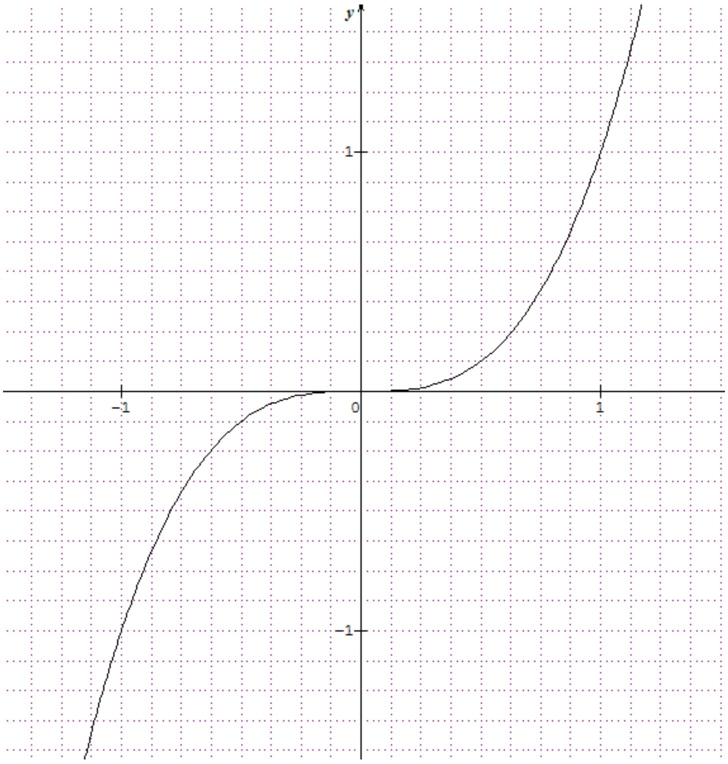
$f : x \rightarrow \frac{1}{x}+5$ $\qquad D_f=\mathbb{R}^*=]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$

$g : x \rightarrow \sqrt{x}\times x^7$ $\qquad D_g=]0;+\infty[$

$h : x \rightarrow \frac{3x-2}{-4x+1}$ $\qquad D_h=]\frac{1}{4};+\infty[$

Calculez les dérivées de ces fonctions.

Exercice 2 : (4 points)
Voici ci-contre C_f la courbe représentative de la fonction $f : x \rightarrow x^3$.



1. Vérifiez par le calcul que le point $A(\frac{1}{2};\frac{1}{8})$ appartient à la courbe.
2. Déterminez l'équation de la tangente T à C_f en A.
3. Tracez cette tangente.
4. Comment s'appelle le coefficient directeur de la tangente à la courbe ? De quoi en est-il la limite ?

Exercice 3 : (10 points)
Une entreprise produit des produits électroménagers. Le coût horaire de production de x appareils est donné en euros par : $C(x)=x^2+50x+100$, pour $5\leq x\leq 40$.

1) **Étude du bénéfice** (5 points)
L'entreprise vend chaque appareil 100 euros.
a. Expliquez pourquoi le bénéfice horaire réalisé par la fabrication et la vente de x appareils est égal à :
$B(x)=-x^2+50x-100$, pour x appartenant à [5;40].
b. Calculez $B'(x)$.
c. Étudiez le signe de $B'(x)$, puis déduisez-en le tableau de variations de B sur [5;40].
d. Quel est le nombre d'appareils à produire pour que le bénéfice horaire de l'entreprise soit maximal ?

2) **Étude du coût moyen** (5 points)
On désigne par f le coût moyen de production d'un objet.
a. Montrez que : $f(x)=x+50+\frac{100}{x}$, pour x appartenant à [5;40].
b. Calculez $f'(x)$, puis vérifier que : $f'(x)=\frac{(x-10)(x+10)}{x^2}$, pour $x \in[5;40]$.
c. Étudiez le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau de variations de f sur [5;40].
d. Pour quelle valeur de x le coût moyen est-il minimal ? Préciser alors sa valeur.

3) Le bénéfice est-il maximal lorsque le coût moyen est minimal ?

Exercice Bonus : (2 points)
Une fenêtre de périmètre égal à 8 a la forme ci-contre.
On veut déterminer x et y tels que l'aire de la fenêtre soit la plus grande possible.
Exprimez l'aire en fonction de x, puis trouvez x et y qui répondent au problème.