Prénom : Mathématiques Date :

Nom : Première ES

Exercice 1 : (3 points) Calculez les dérivées des fonctions suivantes : $f: x \to (\frac{1}{x}) \times \sqrt{x}$ $\quad g: x \to \frac{x^{2014}}{2+4x}$

La fonction f est le produit de deux fonctions u et v dérivables sur $\mathbb{R}^{+*}$, avec $u: x \to \frac{1}{x}$ et $v: x \to \sqrt{x}$ dont les dérivées respectives sont : $u': x \to -\frac{1}{x^2}$ et $v': x \to \frac{1}{2\sqrt{x}}$.

On obtient, d'après la formule de dérivation d'un produit :

$$f'(x) = u'(x)v(x) + u(x)v'(x) = -\frac{1}{x^2} \times \sqrt{x} + \frac{1}{x} \times \frac{1}{2\sqrt{x}} = -\frac{\sqrt{x}}{x^2} + \frac{1}{2\text{x}\sqrt{x}} = -\frac{1}{x\sqrt{x}} + \frac{1}{2\text{x}\sqrt{x}} = -\frac{1}{2\text{x}\sqrt{x}}$$

La fonction g est le quotient de deux fonctions u et v dérivables sur $\mathbb{R} - \{-\frac{1}{2}\}$, avec $u: x \to x^{2014}$ et $v: x \to 4\text{x}+2$ dont les dérivées respectives sont $u': x \to 2014x^{2013}$ et $v': x \to 4$

On obtient, d'après la formule de dérivation d'un quotient de fonctions :

$$g'(x) = \frac{u'(x)v(x) - u(x)v'(x)}{v^2(x)} = \frac{(2014\text{x}^{2013})(4\text{x}+2) - (x^{2014})(4)}{(4\text{x}+2)^2} = \frac{8052\text{x}^{2014} + 4028\text{x}^{2013}}{(4\text{x}+2)^2}$$

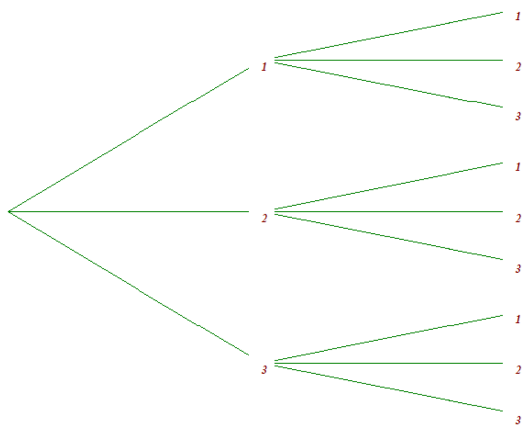
Questions de cours : (2,5 points)

1. L'ensemble des issues d'une expérience aléatoire s'appelle **l'univers**.
2. **Le lancer d'un dé équilibré, le tirage du loto, ...**
3. **Un tirage de boules de couleurs différentes : un nombre différent de boules pour chaque couleur.**
4. $\emptyset$ est **l'événement impossible.**
5. L'événement certain est représenté par **Ω** (symbole de l'univers, l'ensemble de toutes les issues)

Exercice 2 : (6 points)

Le tong est un jeu indien : deux joueurs montrent simultanément de façon équiprobable un, deux ou trois doigts de leur main droite.

On note X la variable aléatoire qui compte le nombre total de doigts montrés par les deux joueurs.



1. X prend les valeurs : 2;3;4;5;6
2. Voici la loi de probabilité de X.

$X = x_i$	2	3	4	5	6
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$

3. Quelle est la probabilité que X prenne une valeur :

a) La probabilité que X prenne une valeur paire est égale à $\frac{1}{9} + \frac{3}{9} + \frac{1}{9} = \frac{1+3+1}{9} = \frac{5}{9}$.

b) La probabilité que X prenne une valeur impaire est égale à $\frac{2}{9} + \frac{2}{9} = \frac{2+2}{9} = \frac{4}{9}$.

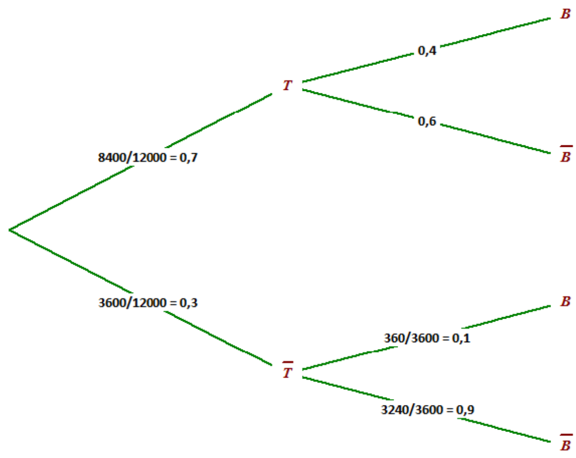
c) La probabilité que X prenne une valeur strictement plus grande que 4 vaut $\frac{2}{9} + \frac{1}{9} = \frac{2+1}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.

d) La probabilité que X prenne une valeur strictement plus petite que 3 vaut $\frac{1}{9}$.

Exercice 3 : (8,5 points)
Dans une ville comportant 12 000 ménages, une enquête portant sur les habitudes des ménages en matière d'écologie a donné les résultats suivants :

- 8 400 ménages pratiquent le tri sélectif ;
- parmi les ménages pratiquant le tri sélectif, 40 % consomment des produits bio ;
- parmi les ménages ne pratiquant pas le tri sélectif, 360 consomment des produits bio.

On choisit un ménage au hasard (tous les ménages ayant la même probabilité d'être choisis) et on note :
T l'événement « le ménage pratique le tri sélectif » et $\bar{T}$ son événement contraire ;
B l'événement « le ménage consomme des produits bio » et $\bar{B}$ son événement contraire.



0. Représentez la situation par un arbre de probabilité.

1. Déterminer $p(T)$; $p(\bar{T}\cap B)$ et $p(T\cap B)$.

$p(T)=\frac{8400}{12000}=0{,}7$

$p(\bar{T}\cap B)=0{,}3\times\frac{360}{3600}=0{,}3\times0{,}1=0{,}03$

$p(T\cap B)=0{,}7\times0{,}4=0{,}28$

2. Justifier que p(B) = 0,31. [*Aide* : La consommation de produits bio est possible, tri sélectif ou pas.]

$p(B)=p(\bar{T}\cap B)+p(T\cap B)=0{,}28+0{,}03=0{,}31$

3. Cette ville décide de favoriser les ménages ayant un comportement éco-citoyen.
Pour cela elle donne chaque année un chèque de 50 € aux ménages qui pratiquent le tri sélectif et un chèque de 20 € aux ménages qui consomment des produits bio (les deux montants peuvent être cumulés).
Soit S la somme d'argent reçue par un ménage choisi au hasard.

a) Donner les différentes valeurs que peut prendre S.

S prend les valeurs 0 ; 20 ; 50 ; 70.

b) Donnez la loi de probabilité de S.

$S=x_i$	0	20	50	70
$P(S=x_i)$	0,27	0,03	0,42	0,28

c) Calculez l'espérance mathématique de S et interprétez le résultat.

$E(S)=0\times0{,}27+20\times0{,}03+50\times0{,}42+70\times0{,}28=41{,}2$

En moyenne, les ménages de cette ville reçoivent 41,2 €.

Exercice Bonus : Lancers francs (2 points)
Corentin joue au basket-ball et exécute une série de lancers francs. Sa probabilité de réussite est de 0,15 pour chaque lancer franc, et on suppose qu'elle ne varie pas au cours des lancers.

1. Quelle est la probabilité P_n qu'il ne réussisse aucun lancer franc sur n lancers ?

La probabilité d'échec est de 0,85 pour chaque lancer franc car 1 – 0,15 = 0,85.
Sur n lancers, la probabilité de ne réussir aucun lancer P_n vaut $0{,}85^n$.

2. A l'aide de la calculatrice, déterminer la plus petite valeur de n telle que P_n soit inférieure à 0,01.

$0{,}85^n\leq0{,}01$

Pour n = 28, on a : $0{,}85^{28}\approx0{,}0106$ et pour n = 29, on a : $0{,}85^{29}\approx0{,}0090$.

La plus petite valeur de n telle que P_n soit inférieure à 0,01 est 29.